重庆市第八中学 2024 届高考适应性月考卷(三)

数　学

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 在复平面内，$\frac{1+3i}{1-i}$对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D.第四象限

2 已知 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\le 2\}, B=\{(x,y)|x^2-y^2=0, x\in Z, y\in Z\}$, 则 A∩B 中的元素个数为

A. 3 个　　B. 4 个

C.5 个　　D. 6 个

3.在△ABC 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a, b,c,已知 $A=2B, a=3, b=2$, 则 cosB=

A.$\frac{1}{4}$　　B.$\frac{1}{3}$

C.$\frac{2}{3}$　　D.$\frac{3}{4}$

4. 设 O 为坐标原点, F_1, F_2 分别为双曲线 C; $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点，点 P 在 C 的一条渐近线上，且|OP|=|PF_2|,则△PF_1F_2的面积为

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

5.‘方斗”常作为盛米的一种容器，其形状是一个上大下小的正四棱台，现有“方斗”容器如图 1 所示，已知 $AB=4, A_1B_1=2$,现往容器里加米，当米的高度是“方斗”高度的一半时，用米 38kg，则该“方斗”可盛米的总质量为

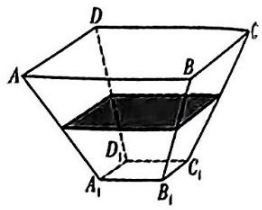

图 1

A.74kg　　B. 114kg

C. 76kg　　D. 112kg

6.重庆八中味园食堂午餐情况监测数据表明，小唐同学周一去味园的概率为$\frac{3}{5}$,周二去味园的概率为$\frac{3}{10}$,且小唐周一不去味园的条件下周二去味园的概率是周一去味园的条件下周二去味园的概率的 2 倍，则小唐同学周一、周二都去味园的概率为

A.$\frac{9}{70}$　　B.$\frac{9}{50}$

C. $\frac{3}{40}$　　D. $\frac{3}{14}$

7. 在平面直角坐标系中，已知圆 O：$x^2+y^2=1$,点 P 是直线 l: y=2x+5 上的一个动点,过点 P 作圆 O 的两条切线，切点分别为 A，B，已知直线 PA，PB 关于直线 l 对称，则 tan∠APB=

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a(1-x), x<1,\\ a(x-2), x\geq 1,\end{cases}$(a＞0, 且 $a\neq 1$）, 若函数 g(x)= |f(x)|-x 有且仅有一个零点，则实数 a 的取值范围是

A. $\left[\frac{1}{e},1\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{e}\right)$

C. [e, +∞)　　D. (1, e]

二、多项选择题(本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，在每个给出的四个选项中，有多项是满足要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9. 已知 f(x),g(x)分别是 R 上的奇函数和偶函数,且当 x∈[0,+∞)时,f(x)单调递增,g(x)单调递减,g(0)=0. 则当 x∈(-∞, 0)时

A. f(x)+g(x)单调递增　　B. f(x)-g(x)单调递增

C. $f(x)g(x)>0$　　D. f[g(x)]>0

10. 质点 P 和 Q 在以坐标原点 O 为圆心，半径为 1 的⊙O 上逆时针做匀速圆周运动，同时出发. P 的角速度大小为 1rad/s，起点为⊙O 与 x 轴正半轴的交点； Q 的角速度大小为 3rad/s,起点为射线 y=-x(x≤0)与⊙O 的交点. 则当 Q 与 P 重合时, Q 的坐标可以为

A. $\left(\cos\frac{\pi}{8},\sin\frac{\pi}{8}\right)$　　B. $\left(\cos\frac{3\pi}{8},-\sin\frac{3\pi}{8}\right)$

C. $\left(\cos\frac{5\pi}{8},\sin\frac{5\pi}{8}\right)$　　D. $\left(\cos\frac{7\pi}{8},\sin\frac{7\pi}{8}\right)$

11. 已知等差数列 a_n的首项为 a_1，公差为 d，前 n 项和为 S_a，若 $S_{10}<S_8<S_9$,，则下列说法正确的是

A. $a_1>0>d$

B. 使得 Sn>0 成立的最大自然数 n=18

C. $|a_8+a_9|<|a_{10}+a_{11}|$

D. $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$中最小项为$\frac{S_1}{a_{10}}$

12. 如图 2，椭圆有这样的光学性质：从椭圆的一个焦点出发的光线，经椭圆反射后，反射光线经过椭圆的另一个焦点. 已知椭圆 $:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<2)$,其左、右焦点分别是 F_1，F_2，P 为椭圆 C 上任意一点，直线 l 与椭圆 C 相切于点 P，过点 P 与 l 垂直的直线与椭圆的长轴交于点 M，点 Q(0，$\sqrt{6}$),若$|PQ|+|PF|$的最大值为 7，则

A. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$

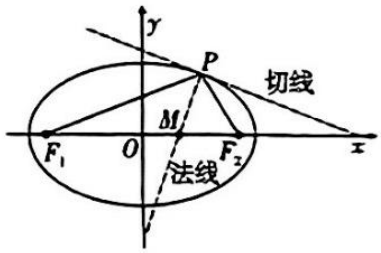

图 2

B. 若△PF_1F_2的内切圆半径为 $2-\sqrt{3}$,则 $PF_1 \perp PF_2$

C. 若 $|PM|=|MF_2|$,则 $|PF_1|=3|PF_2|$

D. 若 $F_2R \perp l$,垂足为 R (x_0,y_0),则 $x_0^2+y_0^2=4$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 一批产品的次品率为 0.05，从这批产品中每次随机取一件，有放回地抽取 20 次. X 表示抽到的次品的件数，则 D(X)=_____.

14. 已知向量 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, |\vec{c}|=\sqrt{3}$, 且 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, 则 $\cos\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=$_____.

15. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 l：y=k(x-1)(k>0)与该抛物线交于 A、B 两点，过 AB 的中点 Q 作 y 轴的垂线与抛物线交于点 P，若|PF|=2，则 k = _____.

16. 记 R 上的可导函数 f(x)的导函数为 $f'(x)$,满足 $x_{n-1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$的数列 $|x_n|$称为“牛顿数列”.若函数 $f(x)=x^2-x$, 数列 $|x_n|$为牛顿数列，设 $a_n=\ln\frac{x_n}{x_n-1}$,已知 $a_1=2, x_n>1$, 则 a_2=_____;数列 a_n的前 n 项和为 S_n,若不等式 $tS_n-14\le S_n^2$对任意的 n∈N*恒成立，则 t 的最大值为_____.

四、解答题(共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0, 0<\varphi<\pi), x=-\frac{\pi}{6}$为 f(x)的零点, $x=\frac{\pi}{3}$是 $y=f(x)$图象的对称轴.

(1) 求ω;

(2) 若 f(x)在 $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{12}\right)$上单调，求φ.

18.(本小题满分 12 分)

已知公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 a_6, a_4, a_5成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$的公比；

(2) 是否存在 r,s, $t\in N^*$,且 $r>s>l$,使得 S_r,S_s,S_t,成等差数列?若存在,求 出 r,s,t 的关系； 若不存在，请说明理由.

19.(本小题满分 12 分)

在入室盗窃类案件中，出现频率最高的痕迹物证之一就是足迹. 负重行走对足迹步伐特征影响的规律强，而且较为稳定. 正在行走的人在负重的同时，步长变短，步宽变大,步角变大. 因此, 以身高分别为 170cm, 175cm, 180cm 的人员各 20 名作为实验对象，让他们采取双手胸前持重物的负重方式行走，得到实验对象在负重 0kg，5 kg，10kg，15kg，20kg 状态下相对稳定的步长数据平均值. 并在不同身高情况下，建立足迹步长 s(单位：cm)关于负重 x(单位：kg)的三个经验回归方程. 根据身高 170cm 组数据建立线性回归方程①：$\hat{s}_1=-0.402x+55.728$;根据身高 175cm 组数据建立线性回归方程②：$\hat{s}_2=-0.497x+64.404$;根据身高 180cm 组数据建立线性回归方程③：$\hat{s}_3=\hat{b}x+\hat{a}$.

(1) 根据身高 180cm 组的统计数据，求$\hat{a}$，$\hat{b}$的值，并解释参数$\hat{b}$的含义；

身高 180cm 不同负重情况下的步长数据平均值					
负重 x/kg	0	5	10	15	20
足迹步长 s/cm	74.35	73.50	71.80	68.60	65.75

(2) 在一起盗窃案中，被盗窃物品重为 9kg，在现场勘查过程中，测量得犯罪嫌疑人往返时足迹步长的差值为 4.464cm，推测该名嫌疑人的身高，并说明理由.

附: $\hat{s}=\hat{b}x+\hat{a}$.为回归方程, $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_is_i-n\bar{x}\cdot\bar{s}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$, $\hat{a}=\bar{s}-\hat{b}\bar{x}$, $\sum_{i=1}^{5}s_i=34$ $\sum_{i=1}^{5}x_is_i=329.5$.

20.(本小题满分 12 分)

如图 3, 已知 ABCD 和 ADEF 均为直角梯形，AD//BC，AD//EF, $AD=4, EF=2$,AB=BC=3,二面角 E-AD-C 的平面角为 $45°, \angle FAD=45°, \angle ADC=90°$.

(1) 求证: $EC=ED$;

(2) 若点 M 为 DC 的中点,点 G 在线段 BM 上,且直线 AD 与平面 AFG 所成的角为 45°,求点 G 到平面 E DC 的距离.

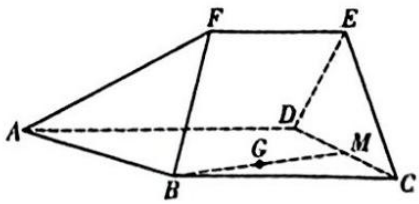

图 3

21、(本小题满分 12 分)

已知函数，$f(x)=\cos^2x-\ln(x+e)$, $f'(x)$是 f(x)的导数, 证明:

(1)$f'(x)$在$\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$上有唯一的极大值点；

(2) f(x)在$\left(-\frac{\pi}{4},+\infty\right)$上有且仅有两个零点.

22.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a\rangle 0, b>0)$的左右焦点分别为 F_1, F_2,点 $N(1,\sqrt{3})$,若双曲线 C 的实轴长为 $2\sqrt{2}$,且 $\overrightarrow{NF_1}\cdot\overrightarrow{NF_2}=1$,

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 点 P(2, 1), A,B 为双曲线 C 上两点, 点 Q 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上, $AQ\perp x$ 轴,Q 为 AM 的中点，若 P，B，M 三点共线，问直线 AB 是否过定点，如果是，请求出该定点；如果不是，请说明理由.