

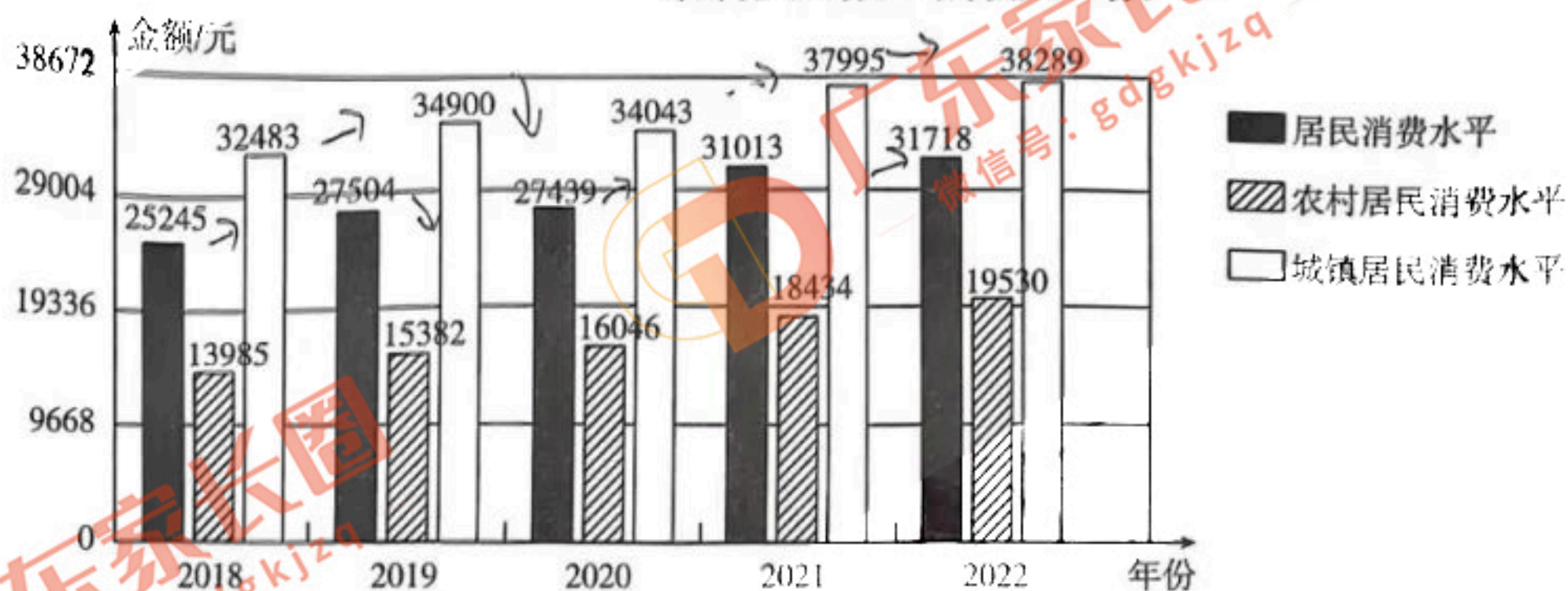
高三数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x \mid |x-1| > 1\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{0\}$
 - B. $\{-1\}$
 - C. $\{-1, 0, 1\}$
 - D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. $(3+2i)(2-2i) =$
 - A. $-10+2i$
 - B. $-10-2i$
 - C. $10+2i$
 - D. $10-2i$
3. 已知 $f(2^x) = x$, 则 $f(3) =$
 - A. 8
 - B. 9
 - C. $\log_2 3$
 - D. $\log_3 2$
4. 国家统计局发布的 2018 年至 2022 年我国居民消费水平情况如图所示, 则下列说法正确的 (居民消费水平 = $\frac{\text{农村居民消费水平} \times \text{农村人口数} + \text{城镇居民消费水平} \times \text{城镇人口数}}{\text{农村人口数} + \text{城镇人口数}}$)



- A. 2018 年至 2022 年我国居民消费水平逐年提高
 - B. 2018 年至 2022 年我国城镇居民消费水平逐年提高
 - C. 2018 年至 2022 年我国居民消费水平数据的 60% 分位数为 27504 元
 - D. 2022 年我国城镇人口数比农村人口数的 1.5 倍还要多
5. 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \sin \alpha$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$
 - A. 0
 - B. 1
 - C. -1
 - D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 某班级举行“变废为宝”手工活动,某学生用扇形纸壳裁成扇环(如图1)后,制成了简易笔筒(如图2)的侧面,在它的轴截面 $ABCD$ 中, $AB=AD=10$ cm, $CD=15$ cm,则原扇形纸壳中扇形的圆心角为

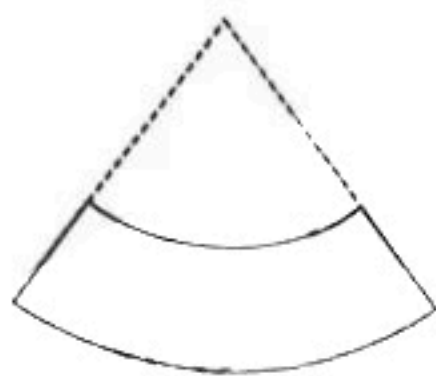


图1

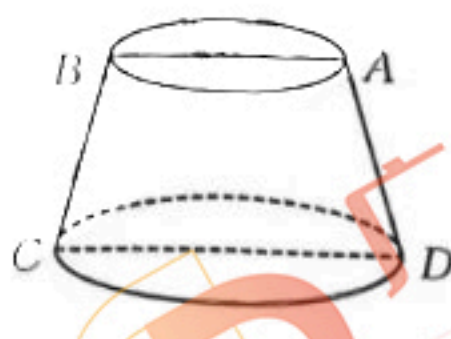


图2

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

7. 过原点 O 的直线 $l: y=kx$ 与圆 $M: x^2-6x+y^2-6y+16=0$ 交于 A, B 两点,且 $|OA|=|AB|$, 则 $k=$

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\sqrt{2}$

8. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0$),若任意 $\varphi \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上有零点,则 ω 的取值范围为

A. $(0, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(2, +\infty)$

D. $(3, +\infty)$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , O 为坐标原点,直线 $y=b$

与双曲线 C 的渐近线交于点 A, B (A 在第二象限, B 在第一象限),下列结论正确的是

A. $BF_1 \perp BF_2$

B. $BF_2 \parallel AO$

C. 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2,则双曲线 C 的焦距的最小值为 4

D. 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2,则双曲线 C 的焦距的最小值为 8

10. 如图,三角形数阵由一个等差数列 $2, 5, 8, 11, 14, \dots$ 排列而成,按照此规律,下列结论正确的是

A. 数阵中前 7 行所有数的和为 1190

B. 数阵中第 8 行从左至右的第 4 个数是 101

C. 数阵中第 10 行的第 1 个数是 137

D. 数阵中第 10 行从左至右的第 4 个数是 146

| | | | | | |
|--|--|-----|-----|-----|-----|
| | | | 2 | | |
| | | | 5 | 8 | |
| | | 11 | 14 | 17 | |
| | | 20 | 23 | 26 | 29 |
| | | ... | ... | ... | ... |

11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)[f(x)-f(x-y)]=f(xy)$,当 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 时, $f(x) \neq 0$. 下列结论正确的是

A. $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

B. $f(10) = 1$

C. $f(x)$ 是奇函数

D. $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知抛物线 $C: y^2=2px$ ($p>0$) 的焦点为 F ,点 $P(\frac{p}{4}, a)$ 在抛物线 C 上,且 $|PF|=3$,则 $p=$

18. (17分)

已知椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 右焦点为 $F(1, 0)$, 且离心率为 $\frac{1}{2}$

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 证明: 圆 $(x - \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 恒与以弦 AB 为直径的圆相切.

广东家长圈
微信号: gdgkjzq

19. (17分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{2x - a}$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(a, f(a))$ 处的切线过点 $(4, 2)$, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x) \leq ae^{x-1}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

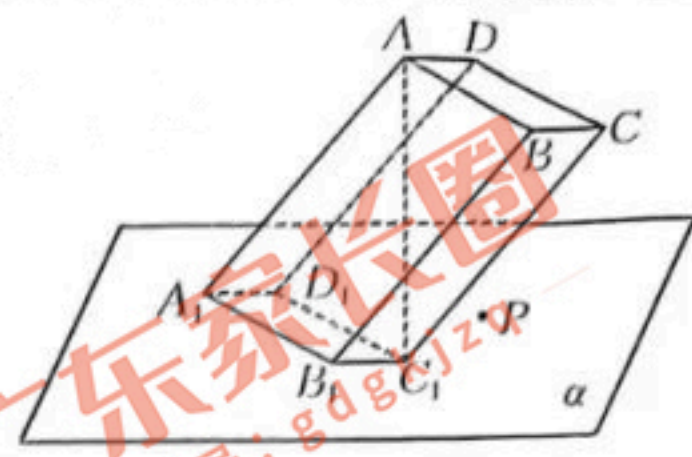
广东家长圈
微信号: gdgkjzq

广东家长圈
微信号: gdgkjzq

密封线内不要答题

13. 甲、乙两位同学进行羽毛球比赛, 约定赛制如下: 累计赢 2 局者胜, 分出胜负即停止比赛. 已知甲每局赢的概率为 $\frac{3}{5}$, 每局比赛的结果相互独立. 本次比赛到第 3 局才分出胜负的概率为 \blacktriangle ; 本次比赛甲获胜的概率为 \blacktriangle .

14. 如图, 将正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 斜立在平面 α 上, 顶点 C_1 在平面 α 内, $AC_1 \perp$ 平面 α , $AA_1 = 2AB = 6$. 点 P 在平面 α 内, 且 $PC_1 = \sqrt{3}$. 若将该正四棱柱绕 AC_1 旋转, PC 的最大值为 \blacktriangle .



四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

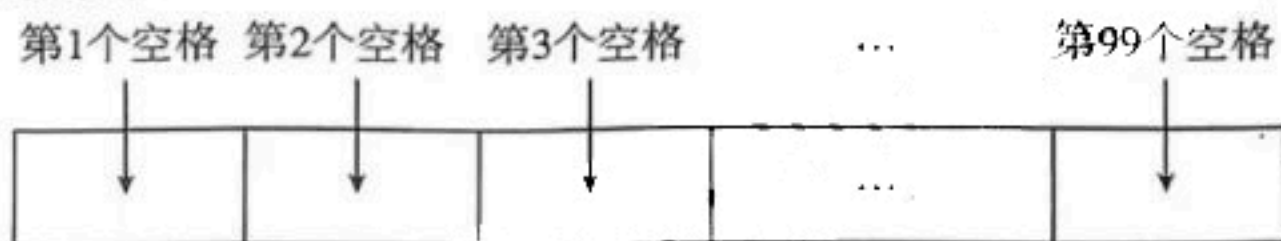
已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 6, a_1 a_3 = a_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项中最大值为 M_n , 最小值为 m_n (规定: $M_1 = m_1 = a_1$), 令 $b_n = \frac{M_n + m_n}{2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

16. (15 分)

将 3 个数字 1, 2, 3 随机填入如下 99 个空格中, 每个空格中最多填一个数字, 且填入的 3 个数字从左到右依次变大.



(1) 求数字 2 填在第 2 个空格中的概率;

(2) 记数字 2 填在第 x 个空格中的概率为 $P(x)$, 求 $P(x)$ 的最大值.

17. (15 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $PA \perp AC, BD \perp PC, PA = AB$.

(1) 证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 $\vec{PC} = 4\vec{PE}$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求二面角 $A-BD-E$ 的余弦值.

