

绝密★使用前

辽宁省实验中学 2023-2024 学年度高考适应性测试（一）

高三数学

考生注意：

1. 本试卷共 150 分, 考试时间 120 分钟。分四大题, 22 小题, 共 4 页
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：**高考全部内容**

一、单选题（每题只有一个选项是正确答案，每题 5 分，共 40 分）

1. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在双曲线的右支上, 点 N 为 F_2M 的中点, O 为坐标原点, $|OM| - |NF_2| = 2b$, $\angle ONF_2 = 60^\circ$, $\triangle F_1MF_2$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 则该双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

2. 已知函数 $f(x) = |\sin x| + \cos x$, 则下列说法正确的是

①函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴的方程为 $x = 2020\pi$; ②函数 $f(x)$ 在闭区间 $[\pi, \frac{7}{4}\pi]$ 上单调递增;

③函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心为点 $(\frac{\pi}{2}, 0)$; ④函数 $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

3. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$, $g'(x)$, 则下面结论正确的是

- ①若 $f'(x) > g'(x)$, 则函数 $f(x)$ 的图象在函数 $g(x)$ 的图象上方;
- ②若函数 $f'(x)$ 与 $g'(x)$ 的图象关于直线 $x = a$ 对称, 则函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象关于点 $(a, 0)$ 对称;
- ③函数 $f(x) = f(a-x)$, 则 $f'(x) = -f'(a-x)$;
- ④若 $f'(x)$ 是增函数, 则 $f'(\frac{x_1+x_2}{2}) \leq \frac{f'(x_1) + f'(x_2)}{2}$.

- A. ①② B. ①②③ C. ③④ D. ②③④

4. $(a+2b-3c)^4$ 的展开式中 abc^2 的系数为 ()

- A. 208 B. 216 C. 217 D. 218

5. 已知 F_1, F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点, P 是它们的一个公共点, 且 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, 记椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1, e_2 , 则 $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2}$ 的值为 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

6. 设函数 $f(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^{|x|} + x^2$, 若 $a = f\left(\ln \frac{1}{3}\right)$, $b = f\left(\log_7 \frac{1}{3}\right)$, $c = f(3^{1.2})$, 则 ()

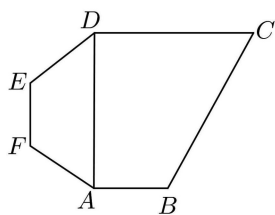
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$

19. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦距为 $2\sqrt{5}$, 且双曲线 C 右支上一动点 $P(x_0, y_0)$ 到两条渐近线 l_1, l_2 的距离之积为 $\frac{4b^2}{5}$.

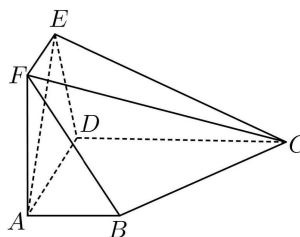
(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 设直线 l 是曲线 C 在点 $P(x_0, y_0)$ 处的切线, 且 l 分别交两条渐近线 l_1, l_2 于 M, N 两点, O 为坐标原点, 证明: $\triangle MON$ 面积为定值, 并求出该定值.

20. 如图 (1), 六边形 $ABCDEF$ 是由等腰梯形 $ADEF$ 和直角梯形 $ABCD$ 拼接而成, 且 $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = AF = EF = ED = 2, AD = CD = 4$, 沿 AD 进行翻折, 得到的图形如图 (2) 所示, 且 $\angle AEC = 90^\circ$.



图(1)



图(2)

(1) 求二面角 $C-AE-D$ 的余弦值;

(2) 求四棱锥 $C-ADEF$ 外接球的体积.

21. 已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{3x-1}{3x+1}$, $x \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{1}{3}, +\infty)$ 上的单调性.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1, a_3 = 4\sqrt{2} + 1$, 前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{S_n}{n}$, 求证:

(1) 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 中任意三项均不能构成等比数列.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

