



15. 已知函数  $f(x) = 2\sin \omega x + 1$  ( $\omega > 0$ ) 在  $[0, \pi]$  上有且仅有 2 个零点, 则  $\omega$  的取值范围为         .

16. 已知函数  $f(x) = e^{ax-1} - \frac{1}{a} \ln x - \frac{1}{a}$ , 若  $f(x) \geq 0$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是         .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n + 4 = 2a_n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

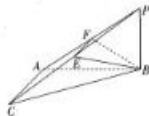
(2) 求数列  $\{\frac{2n+1}{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PB \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp AC$ ,  $E, F$  分别为  $PC, PA$  的中点, 且  $BP = 2\sqrt{3}, AB = 3\sqrt{3}, BC = 6$ .

(1) 证明: 平面  $BEF \perp$  平面  $PAB$ .

(2) 求平面  $BEF$  与平面  $PEB$  所成锐二面角的余弦值.



19. (12 分)

为了促进消费, 某商场针对会员客户推出会员积分兑换商品活动: 每位会员客户可在价值 80 元, 90 元, 100 元的 A, B, C 三种商品中选择一种使用积分进行兑换, 每 10 积分可兑换 1 元. 已知参加活动的甲、乙两位客户各有 1000 积分, 且甲兑换 A, B, C 三种商品的概率分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ , 乙兑换 A, B, C 三种商品的概率分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ , 且他们兑换何种商品相互独立.

(1) 求甲、乙两人兑换同一种商品的概率;

(2) 记  $X$  为两人兑换商品后的积分总余额, 求  $X$  的分布列与期望.

【♥高三数学 第 3 页(共 4 页)理科♥】

20. (12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的焦距为  $2\sqrt{3}$ , 且  $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{17}{4}$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2)  $A$  是  $C$  的下顶点, 过点  $P(4, 0)$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $M, N$  两点, 直线  $l$  的斜率小于 0,  $\triangle AMN$  的重心为  $G, O$  为坐标原点, 求直线  $OG$  斜率的最大值.

21. (12 分)

已知函数  $f(x) = e^x + ax^2$ .

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线经过坐标原点, 求  $a$  的值;

(2) 若方程  $f(x) = x + 1$  恰有 2 个不同的实数根, 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的方程为  $(x-3)^2 + y^2 = 16$ .

(1) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求  $C$  的极坐标方程;

(2) 直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 6$ , 求  $l$  的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x-1| - |2x-a|$  ( $a > 2$ ).

(1) 若  $a = 4$ , 求不等式  $f(x) \leq 0$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的图象与  $x$  轴围成的三角形面积为  $\frac{1}{6}$ , 求  $a$ .

【♥高三数学 第 4 页(共 4 页)理科♥】

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：  
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



 微信搜一搜

 自主选拔在线