

2024 年普通高等学校招生全国统一考试

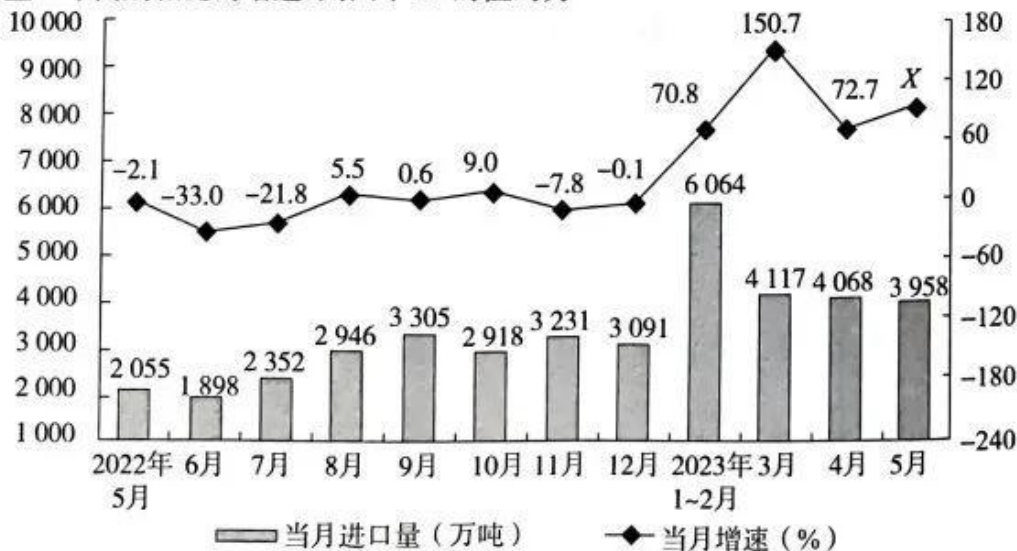
数学模拟试题

注意事项:

1. 本试卷满分150分，考试时间120分钟。
2. 答卷前，考生务必将自己的班级和姓名填写在答题纸上。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题纸对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题纸上，写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{x \mid x - 3 > 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap \mathbb{N} =$
 - A. $\{0, 1, 2\}$
 - B. $\{1, 2\}$
 - C. $\{0, 1, 2, 3\}$
 - D. $\{1, 2, 3\}$
2. 在递增的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 - a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 3$, 则公比 $q =$
 - A. $\frac{1}{3}$
 - B. $\frac{3}{2}$
 - C. 2
 - D. $\frac{5}{2}$
3. 已知函数 $f(x) = 3 - x - 6$ 有一个零点 $x = a$, 则 a 属于下列哪个区间
 - A. $(\frac{1}{2}, 1)$
 - B. $(1, \frac{3}{2})$
 - C. $(\frac{3}{2}, 2)$
 - D. $(2, \frac{5}{2})$
4. 如图是国家统计局发布的 2022 年 5 月至 2023 年 5 月全国煤炭进口走势图, 每组数据中的增速是与上一年同期相比的增速, 则图中 X 的值约为



A. 90.2

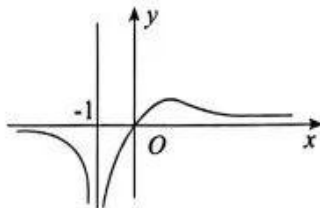
B. 90.8

C. 91.4

D. 92.6

第 1 页 (共 4 页)

5. 如图是下列四个函数中某一个的部分图象, 则该函数为



A. $f(x) = \frac{x}{\ln|x+2|}$

B. $f(x) = \frac{x+1}{e^{x+1}-1}$

C. $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

D. $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

6. 已知离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $P(x_0, y_0)$ 是椭圆上位于第一象限的一点, 且 $\cos \angle F_1 P F_2 = -\frac{1}{3}$, 则 $x_0 =$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$

B. $\frac{1}{2}a$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

7. 已知对任意实数 x, y , 函数 $f(x)$ 满足 $f(xy+1) = f(x+1) + f(y+1)$, 则 $f(x)$

A. 有对称中心

B. 有对称轴

C. 是增函数

D. 是减函数

8. 已知半径为 R 的球中有一个内接正四棱锥, 底面边长为 a , 当正四棱锥的高为 h 时, 正四棱锥的体积取得最大值 V , 则

A. $h = 2a$

B. $h = \frac{3}{2}a$

C. $h = a$

D. $h = \frac{1}{2}a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \ln x$, 则

A. $f(x)$ 是奇函数

B. $f(x)$ 是增函数

C. 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = e$ 处的切线过原点

D. 存在实数 a , 使得 $y = f(x)$ 的图象与 $y = a^x$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称

10. 先后两次抛掷一枚质地均匀的骰子, 得到向上的点数分别为 x, y , 设事件 $A_1 = "x + y = 5"$, 事件 $A_2 = "y = x^2"$, 事件 $A_3 = "x + 2y$ 为奇数", 则

A. $P(A_1) = \frac{1}{9}$

B. $P(A_2) = \frac{1}{12}$

C. A_1 与 A_3 相互独立

D. A_2 与 A_3 相互独立

11. 已知复数 $z_0 = 1 - i, z = x + yi (x, y \in \mathbf{R})$, 则下列结论正确的是

A. 方程 $|z - z_0| = 2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是圆

B. 方程 $|z - z_0| + |z - \bar{z}_0| = 2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是椭圆

C. 方程 $|z - z_0| - |z - \bar{z}_0| = 1$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是双曲线的一支

D. 方程 $\left| z + \frac{1}{2}(z_0 + \bar{z}_0) \right| = |z - z_0|$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是抛物线

12. 已知定义: $e_+^x = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ e^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则下列命题正确的是

A. $\forall b \in \mathbf{R}^+, (e_+^x)^b = e_+^{bx}$

B. 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则 $e_+^{x_1} \cdot e_+^{x_2} = e_+^{x_1+x_2}$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, \ln(e_+^x + 1) - \frac{x}{2} \geq \ln 2$

D. 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则 $e_+^{x_1} \div e_+^{x_2} = e_+^{x_1-x_2}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若 $3\cos 2\theta - 14\cos \theta + 7 = 0$, 则 $\cos 2\theta =$ _____.
14. 高三(1)班某竞赛小组有 3 名男生和 2 名女生, 现选派 3 人分别领取数学、物理、化学竞赛资料, 则至少有一名女生的选派方法共有 _____ 种. (用数字作答)
15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 其右支上有一点 P 满足 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 过点 F_2 向 $\angle F_1PF_2$ 的平分线引垂线交于点 H , 若 $|F_2H| = \frac{1}{2}b$, 则双曲线 C 的离心率 $e =$ _____.
16. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 的边长为 2, $\triangle PAC$ 为正三角形, 点 M, N 分别在 PB, PD 上, 且 $PM = 2MB, PN = 2ND$, 过点 A, M, N 的截面交 PC 于点 H , 则四棱锥 $P-AMHN$ 的体积为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $4S_n = n(a_n + a_{n+1} + 1)$.

(1) 证明: $2a_n + d = 2nd + 1$;

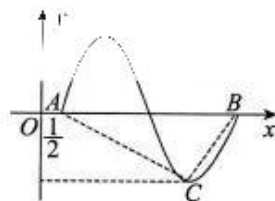
(2) 若 $a_3 = 8$, 求 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, $\varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$.

(1) 求 ω 与 φ 的值;

(2) 若斜率为 $\frac{\sqrt{6}\pi}{2}$ 的直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求切点坐标.

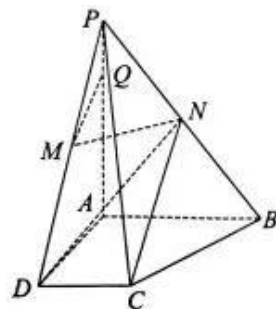


19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = 2$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = 2, CD = AD = 1$, N 是 PB 的中点, 点 M, Q 分别在线段 PD 与 AP 上, 且 $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{AQ} = \mu \overrightarrow{QP}$.

(1) 当 $\lambda = 1$ 时, 求平面 MDN 与平面 DNC 的夹角大小;

(2) 若 $MQ \parallel$ 平面 PBC , 证明: $\mu = 1 + 2\lambda$.



20. (本小题满分 12 分)

已知 $x \in [0, 1)$, $f(x) = e^x$.

(1) 证明: $x + 1 \leq f(x) \leq \frac{1}{1-x}$;

(2) 比较 $f(2x)$ 与 $\frac{1+x}{1-x}$ 的大小.

21. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上有一点 $P(1, m)$ ($m > 0$), F 为抛物线 C 的焦点,

$E(-\frac{p}{2}, 0)$, 且 $|EP| = \sqrt{2}|PF|$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过点 P 向圆 $E: (x - \frac{p}{2})^2 + y^2 = r^2$ (点 P 在圆外) 引两条切线, 交抛物线 C 于另外两点 A, B . 求证: 直线 AB 过定点.

22. (本小题满分 12 分)

某排球教练带领甲、乙两名排球主力运动员训练排球的接球与传球, 首先由教练第一次传球给甲、乙中的某位运动员, 然后该运动员再传回教练. 每次教练接球后按下列规律传球: 若教练上一次是传给某运动员, 则这次有 $\frac{1}{3}$ 的概率再传给该运动员, 有 $\frac{2}{3}$ 的概率传给另一位运动员. 已知教练第一次传给了甲运动员, 且教练第 n 次传球传给甲运动员的概率为 p_n .

(1) 求 p_2, p_3 ;

(2) 求 p_n 的表达式;

(3) 设 $q_n = |2p_n - 1|$, 证明: $\sum_{i=1}^n (q_{i+1} - q_i)(\sin q_{i+1} - \sin q_i) < \frac{1}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

