

2024 届高三数学试题(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:小题(必修 1,必修 3,必修 4,必修 5,选修 1-1 除第二章),大题(高考范围)。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{a,3\}, B=\{x|x^2-3x+2<0\}$,若 $A \cap B \neq \emptyset$,则 a 的取值范围为

A. \mathbf{R} B. $(-\infty,1)$
C. $(1,2)$ D. $(2,+\infty)$

2. 函数 $f(x)=\frac{2}{x-1}+\sqrt{x-1}$ 的定义域为

A. $[1,+\infty)$ B. $(2,+\infty)$
C. $(0,+\infty)$ D. $(1,+\infty)$

3. 已知 $a>0, b>0$,则“ $a+b=1$ ”是“ $ab \leq \frac{1}{4}$ ”的

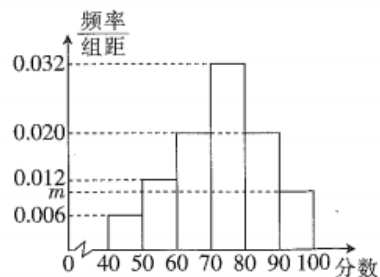
A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0, \\ x+y-2 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的最小值为

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 某地发起“寻找绿色合伙人——低碳生活知识竞赛”活动,选取了 n 人参与问卷调查,将他们的成绩进行适当分组后(每组为左闭右开的区间),得到如图所示的频率分布直方图,且成绩落在 $[90,100)$ 的人数为 10,则 $n=$

A. 60 B. 80
C. 100 D. 120



6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_5-a_1}{a_3-a_1}=3$, 则 $\frac{a_{10}-a_2}{a_6+a_2}=$

A. 1 B. 3 C. 4 D. 15

考号

姓名

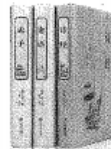
班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密

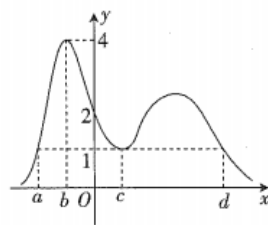
7. 小明准备将新买的《孟子》《论语》《诗经》3本书立起来随机地放在书架上，则《论语》《诗经》两本书相邻的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$



8. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，若函数 $y=e^{f'(x)}$ 的图象大致如图所示，则 $f(x)$ 的极大值点为

- A. a
B. b
C. c
D. d



9. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC=2$ ， $AB=3$ ， $\angle A=60^\circ$ ，点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心，则 $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 + |\overrightarrow{PC}|^2 =$

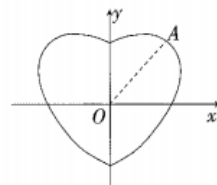
- A. 7 B. 8 C. $\frac{26}{3}$ D. $\frac{20}{3}$

10. 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_{n+1}=c_n^2$ ，则称 $\{c_n\}$ 为“平方递推数列”. 已知数列 $\{a_n\}$ 是“平方递推数列”，且 $a_1 > 0, a_1 \neq 1$ ，则

- A. $\{\lg a_n\}$ 是等差数列 B. $\{\lg a_{n+1} - \lg a_n\}$ 是等差数列
C. $\{a_n a_{n+1}\}$ 是“平方递推数列” D. $\{a_{n+1} + a_n\}$ 是“平方递推数列”

11. 笛卡尔在信中用一个能画出心形曲线的方程向公主表达爱意的故事广为流传，其实能画出心形曲线的方程有很多种. 心形曲线如图所示，其方程为 $x^2 + y^2 = 1 + |x|y$ ，若 A 为曲线上一点，则 OA 的取值范围为

- A. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{2}]$ B. $[1, \sqrt{2}]$
C. $[1, 2]$ D. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 2]$



12. 已知 $a > 0, b > 1$ ，且 $e^{2a} + 2\ln b + 1 = b^2 + 2a$ ，则一定有

- A. $b > e^a$ B. $\ln b < a$ C. $a + \ln b > 1$ D. $a + \ln b = 1$

第 II 卷

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $a = (x, 2)$ ， $b = (3, 4)$ ，若 $(a+b) \perp b$ ，则 $x =$ \blacktriangle .

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，且当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = 2^x + x + m$ ，则 $f(-3) =$ \blacktriangle .

15. 若函数 $f(x) = \ln(ax^2 - 2x + \frac{3}{2})$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减，则 a 的取值范围为 \blacktriangle .

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin \omega x + 1$ ($\omega > 0$) 在 $[0, \pi]$ 上有且仅有 2 个零点，则 ω 的取值范围为 \blacktriangle .

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

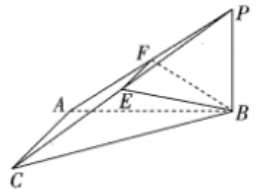
在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AB=3$, $AD=2$.

- (1)求 $\sin\angle ABD$;
- (2)若 $\angle ABC=60^\circ$, $BC=1$, 求 CD .

18. (12 分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PB \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, E, F 分别为 PC, PA 的中点, 且 $BP=2\sqrt{3}$, $AB=3\sqrt{3}$, $BC=6$.

- (1)证明:平面 $BEF \perp$ 平面 PAB .
- (2)求三棱锥 $P-BEF$ 的体积.



19. (12 分)

某面包店记录了最近一周 A, B 两种口味的面包的销售情况, 如下表所示:

A 口味

B 口味

星期	一	二	三	四	五	六	日
销量/个	16	12	14	10	18	19	13

星期	一	二	三	四	五	六	日
销量/个	13	18	10	20	12	9	14

- (1)试比较最近一周 A, B 这两种口味的面包日销量的中位数的大小.
- (2)该面包店店主将在下一周每天都制作 n 个 A 口味的面包, 假设下一周 A 口味的面包日销量和被记录的这一周的日销量保持一致, 每个面包当天卖出可获利 6 元, 当天未售出则将损失 5 元, 从 $n=14, 15, 16$ 中选一个, 你应该选择哪一个? 说明你的理由.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $M(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 是 C 上一点.

(1) 求 C 的方程.

(2) A 是 C 的右顶点, 过点 $P(4, 0)$ 的直线 l 与 C 相交于 M, N 两点 (异于点 A), 直线 AM, AN 的斜率分别 k_1, k_2 , 试判断 $k_1 k_2$ 是否为定值. 若是, 求出该定值; 若不是, 说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = a \sin x - (a+1)x$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2) 若 $a < -3$, 证明: $\forall x \in (0, \pi), f(x) + x \cos x > 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 16$.

(1) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = 6$, 求 l 的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-1| - |2x-a| (a > 2)$.

(1) 若 $a=4$, 求不等式 $f(x) \leq 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积为 $\frac{1}{6}$, 求 a .