

江苏省 2024 年普通高中学业水平合格性考试试卷 (3)

数学试题

注意事项:

1. 本试卷包含选择题-高考 Q 群 742926234-公众号: 课标试卷(第 1 题~第 28 题, 共 28 小题 84 分)、解答题(第 29 题~第 30 题, 共 2 题 16 分)。考生答题全部答在答题卡上, 答在本试卷上无效。本次考试时间 75 分钟。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并放在桌面, 等待监考员收回。

2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔填写在本试卷及答题卡上。

一、选择题-高考 Q 群 742926234-公众号: 课标试卷: 本大题共 28 小题, 每小题 3 分, 共计 84 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求。

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 6\}$, $B = \{x | 2 < x < 3\}$, 则 ()
- A. $B \in A$ B. $B \subseteq A$ C. $A = B$ D. $A \subseteq B$
2. 若 a, b, c 均为实数, 且 $a < b < 0$, 则下列不等式成立的是 ()
- A. $a + c < b + c$ B. $ac < bc$
C. $a^2 < b^2$ D. $\sqrt{-a} < \sqrt{-b}$
3. 若 $i(1+z) = 2$, 则 $\bar{z} - z$ 的虚部为 ()
- A. $-4i$ B. $4i$ C. -4 D. 4
4. 已知数据 x_1, x_2, x_3, x_4 的平均数为 4, 则数据 $3x_1 + 2, 3x_2 + 2, 3x_3 + 2, 3x_4 + 2$ 的平均数为 ()
- A. 4 B. 8 C. 12 D. 14
5. $P: \forall x \in [-4, 2], x^2 - a \geq 0$ 为真命题的一个充分不必要条件是 ()
- A. $a \leq -2$ B. $a \leq 0$ C. $a \leq 4$ D. $a \leq 16$
6. 在单位圆中, 已知角 α 的终边与单位圆的交点为 $P\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$, 则 $\sin(\pi + \alpha)$ 等于 ()
- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
7. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域为 ()
- A. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (-2, 2)$
C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, 2)$
8. 将函数的 $y = \sin 2x$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 再向上平移 1 个单位, 所得图象的函数解析式是 ()
- A. $y = \cos 2x$ B. $y = 2\cos^2 x$

C. $y=1+\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ D. $y=2\sin^2 x$

9. 如图 1、图 2 分别是甲、乙两户居民家庭全年各项支出的统计图. 根据统计图, 下列对两户居民旅游支出占全年总支出的百分比作出的判断中, 正确的是 ().

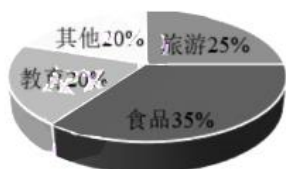


图1

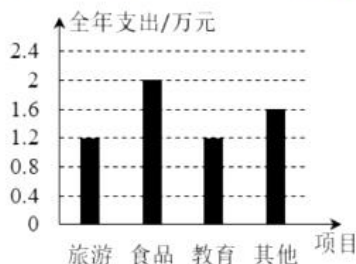


图2

- A. 甲户比乙户大 B. 乙户比甲户大
C. 甲、乙两户一般大 D. 无法确定哪一户大
10. 从 1, 2, 3, 4 这 4 个数中, 不放回的任意取两个数, 两个数都是偶数的概率是 ()
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
11. 设 $a=\ln 0.8$, $b=e^{0.8}$, $c=0.8^e$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
12. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列结论正确的是 ()
- A. $\alpha // \beta, m // \alpha$, 则 $m // \beta$ B. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
C. $\alpha \cap \beta = l, m \subset \alpha, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$
D. $m \perp \alpha, m // n, \alpha // \beta$, 则 $n \perp \beta$
13. 下列函数是偶函数的是 ()
- A. $y = \lg x$ B. $y = 2^x$
C. $y = x^3$ D. $y = \cos x$
14. 若 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ 且 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{3})$ 的值为 ()
- A. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$ B. $-\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$
15. 北京时间 2021 年 10 月 16 日 0 时 23 分, 搭载神舟十三号载人飞船的长征二号 F 遥十三运载火箭, 在酒泉卫星发射中心按照预定时间精准点火发射, 约 582 秒后, 神舟十三号载人飞船与火箭成功分离, 进入预定轨道, 顺利将翟志刚、王亚平、叶光富 3 名航天员送入太空, 发射取得圆满成功. 据测算: 在不考虑空气阻力的条

件下，火箭的最大速度 v (单位：m/s) 和燃料的质量 M (单位：kg)，火箭的质量(除燃料外) m (单位：kg) 的函数关系是 $v = 2000 \ln \left(1 + \frac{M}{m} \right)$ 。当火箭的最大速度达到 11.5 km/s 时，则燃料质量与火箭质量之比约为 (参考数据： $e^{5.75} \approx 314$) ()

- A. 314 B. 313 C. 312 D. 311

16. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数，函数 $g(x)$ 是 \mathbf{R} 上的减函数，则下列函数一定是增函数的是 ()

- A. $f(x)+g(x)$ B. $f(x)-g(x)$ C. $g(x)-f(x)$ D. $f(x)g(x)$

17. 函数 $f(x) = -x + \frac{1}{x}$ 在 $\left[-2, -\frac{1}{3}\right]$ 上的最大值是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{8}{3}$ C. -2 D. 2

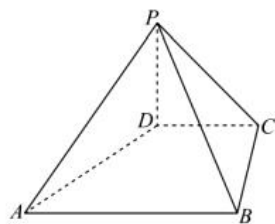
18. 碌碡(liù zhóu)是我国古代人民发明的一种把米、麦、豆等粮食加工成粉末的器具，如图，近似圆柱形碌碡的轴固定在经过圆盘圆心且垂直于圆盘的木桩上，当人推动木柄时，碌碡在圆盘上滚动。若人推动木柄绕圆盘转动 1 周，碌碡恰好滚动了



3 圈，则该圆柱形碌碡的高与其底面圆的直径之比约为 ()

- A. 3 : 1 B. 3 : 2
C. 1 : 3 D. 2 : 3

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CD \perp BC$ ， $CD \parallel AB$ ， $AB = 2BC = 2CD = 2PD$ ，则异面直线 PA 与 BC 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

20. 某种植物生长发育的数量 y 与时间 x 的关系如下表：

x	1	2	3	...
y	1	3	8	...

则下面的函数关系式中，拟合效果最好的是 ()

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = x^2 - 1$

C. $y=2^x-1$ D. $y=1.5x^2-2.5x+2$

21. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{12}-x\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}$, 则 $\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=$ ()

A. $-\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $-\frac{\sqrt{13}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$

22. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=2$, $\overline{AB} \cdot \overline{AC}=8$, 若 D 是 BC 的中点, 则 $AD=$ ()

A. 1 B. 3 C. 4 D. 5

23. 已知直线 l 和两个不同的平面 α, β , 则下列结论正确的为 ()

A. 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

B. 若 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \perp \beta$

C. 若 $l \parallel \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

D. 若 $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$, 则 $l \perp \beta$

24. 已知向量 $\vec{a}=(1, m)$, $\vec{b}=(-1, 2)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 等于 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

25. 在相距 2 km 的 A, B 两点处测量目标点 C, 若 $\angle CAB=75^\circ$, $\angle CBA=60^\circ$, 则 A, C 两点之间的距离为 ()

A. $\sqrt{6}$ km B. $\sqrt{2}$ km

C. $\sqrt{3}$ km D. 2 km

26. 已知 $a+a^{-1}=6$, 则 $a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}$ 的值为 ()

A. 2 B. -2 C. $\pm 2\sqrt{2}$ D. ± 2

27. 下列函数既是奇函数又是周期为 π 的函数是 ()

A. $y=\tan 2x$ B. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

C. $y=|\sin x|$ D. $y=\cos\left(\frac{3}{2}\pi-2x\right)$

28. 函数 $f(x)=\begin{cases} x^3+5x^2+6x, & x < 0 \\ \ln(x+2), & x \geq 0 \end{cases}$ 的零点个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、解答题：本大题共 2 小题, 共计 16 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

29. (本小题满分 8 分)

已知定义在区间 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)=\left|x+\frac{4}{x}-5\right|$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的零点;

(2) 若方程 $f(x)=m(m>0)$ 有四个不等实根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 证明:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 16.$$

30. (本小题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x \cos\omega x + \cos^2\omega x$ ($\omega > 0$), 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π .

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + a$ 在 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 有且仅有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线