

2024 届湛江市普通高中毕业班调研测试 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = -1 + \frac{1-i}{1-i^2}$, 则 $|z| =$
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 1
2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 2\}$, 则 $A \cap B$ 的真子集的个数为
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 已知向量 $a = (-1, 3)$, $b = (-1, 2)$, $c = (2, m)$, 若 $b \parallel (2a - c)$, 则 $m =$
 A. -1 B. -2 C. 1 D. 2
4. 已知函数 $f(x) = a \sin 2x + \cos 2x + 2 (a > 0)$ 的最小值为 0, 则 $a =$
 A. 1 B. 2 C. 3 D. $\sqrt{3}$
5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线方程是 $y = \sqrt{2}x$, F_1, F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点, 过点 F_2 且垂直于 x 轴的垂线在 x 轴上方交双曲线 C 于点 M , 则 $\tan \angle MF_1F_2 =$
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
6. 某企业面试环节准备编号为 1, 2, 3, 4 的四道试题, 编号为 1, 2, 3, 4 的四名面试者分别回答其中的一道试题(每名面试者回答的试题互不相同), 则每名面试者回答的试题的编号和自己的编号都不同的情况共有
 A. 9 种 B. 10 种 C. 11 种 D. 12 种
7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 且 $xf(x) = (y+1)f(y+1)$, 则
 A. $f(x) \geq 0$ B. $f(1) = 1$ C. $f(x)$ 是偶函数 D. $f(x)$ 没有极值点
8. 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点为 B , C 的准线与 y 轴交于点 A , P 是 C 上的动点, 则 $\left| \frac{PA}{PB} \right|$ 的取值范围为
 A. $[1, 2]$ B. $[1, +\infty)$ C. $[1, \sqrt{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 某商店的某款商品近5个月的月销售量 y (单位:千瓶)如下表:

第 x 个月	1	2	3	4	5
月销售量 y	2.5	3.2	4	4.8	5.5

若变量 y 和 x 之间具有线性相关关系,用最小二乘法建立的经验回归方程为 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$, 则下列说法正确的是

- A. 点 $(3,4)$ 一定在经验回归直线 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$ 上
 B. $\hat{a}=1.72$
 C. 相关系数 $r<0$
 D. 预计该款商品第6个月的销售量为7800瓶
10. 已知大气压强 p (Pa) 随高度 h (m) 的变化满足关系式 $\ln p_0 - \ln p = kh$, p_0 是海平面大气压强, $k=10^{-4}$. 我国陆地地势可划分为三级阶梯,其平均海拔如下表:

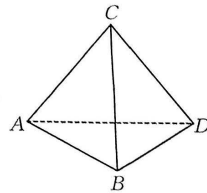
	平均海拔/m
第一级阶梯	≥ 4000
第二级阶梯	1000~2000
第三级阶梯	200~1000

若用平均海拔的范围直接代表各级阶梯海拔的范围,设在第一、二、三级阶梯某处的压强分别为 p_1, p_2, p_3 , 则

- A. $p_1 \leq \frac{p_0}{e^{0.4}}$ B. $p_0 < p_3$ C. $p_2 \leq p_3$ D. $p_3 \leq e^{0.18} p_2$
11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x - x$, 下列结论正确的是
- A. $f(x)$ 有且只有一个零点
 B. $\exists n \in \mathbf{N}, f(n) > 0$
 C. $\exists m \in \mathbf{R}$, 直线 $y = -x + m$ 与 $f(x)$ 的图象相切
 D. $f(\frac{1}{5}) + f(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{3}) + f(\frac{1}{2}) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 0$

12. 如图,有一个正四面体形状的木块,其棱长为 a . 现准备将该木块锯开,则下列关于截面的说法中正确的是

- A. 过棱 AC 的截面中,截面面积的最小值为 $\frac{\sqrt{2}a^2}{4}$
 B. 若过棱 AC 的截面与棱 BD (不含端点) 交于点 P , 则 $\frac{1}{3} < \cos \angle APC \leq \frac{1}{2}$
 C. 若该木块的截面为平行四边形, 则该截面面积的最大值为 $\frac{a^2}{4}$
 D. 与该木块各个顶点的距离都相等的截面有7个



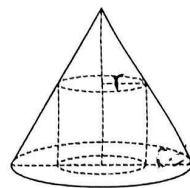
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 $f(x)=2^{ax}$ 是增函数,则 a 的取值范围为 ▲

14. 如图,一个圆柱内接于圆锥,且圆柱的底面圆半径是圆锥底面圆半径的一半,则该圆柱与圆锥的体积的比值为 ▲

15. 已知直线 $l: x+y-2=0$ 关于 $y=a$ 的对称直线与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 存在公共点,则 a 的取值范围为 ▲ .

16. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{a_n^2+1}{2a_n-1}$, $a_{2023} = \sqrt{1+\sqrt{1+a_{2023}}}$, 则 $a_1 =$ ▲ .



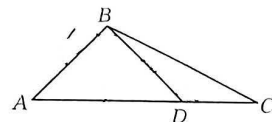
四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 AC 上,且 $AB \perp BD$. 已知 $\cos A = 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{\angle ABC + C}{2}$, $AB = \sqrt{2}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 求 BC .



18. (12 分)

函数 $y=2\sin x-1$ 在 $(0, +\infty)$ 上的零点从小到大排列后构成数列 $\{a_n\}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

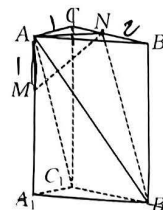
(2) 设 $b_n = a_{2n-1} + a_{2n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp CB$, 点 N 在棱 BC 上, 点 M 在棱 AA_1 上, $AC=1$, $BC=2$, $AA_1=3$, $AM=1$.

(1) 若 $MN \perp AB_1$, 求 CN ;

(2) 若 $CN = \frac{1}{2}$, 求二面角 $N-AB_1-C_1$ 的余弦值.



20. (12分)

甲、乙两人准备进行羽毛球比赛,比赛规定:一回合中赢球的一方作为下一回合的发球方.若甲发球,则本回合甲赢的概率为 $\frac{2}{3}$,若乙发球,则本回合甲赢的概率为 $\frac{1}{3}$,每回合比赛的结果相互独立.经抽签决定,第1回合由甲发球.

- (1)求前4个回合甲发球两次的概率;
- (2)求第4个回合甲发球的概率;
- (3)设前4个回合中,甲发球的次数为 X ,求 X 的分布列及期望.

21. (12分)

已知点 $F(0, \sqrt{3})$ 和直线 $l: y = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,动点 T 到点 F 的距离与到直线 l 的距离之比为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1)求动点 T 的轨迹 C 的方程;
- (2)过点 $A(1, 2)$ 的直线交 C 于 P, Q 两点,若点 B 的坐标为 $(1, 0)$,直线 BP, BQ 与 y 轴的交点分别是 M, N ,证明:线段 MN 的中点为定点.

22. (12分)

(1)证明:函数 $f(x) = -\cos x + \frac{1}{(x+1)^2}$ 在 $(-1, \frac{1}{2})$ 上单调递减.

(2)已知函数 $h(x) = \cos ax + x - \ln(x+1)$,若 $x=0$ 是 $h(x)$ 的极小值点,求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

