参考答案：

1．B　2．C　3．A　4．C　5．D　6．A　7．D　8．D　9．C　10．A　11．B　12．B

由 $ae^{0.8}=0.8e^{a}$，$be^{1.2}=1.2e^{b}$，$ce^{1.6}=1.6e^{c}$，

得 $\frac{a}{e^{a}}=\frac{0.8}{e^{0.8}}$，$\frac{b}{e^{b}}=\frac{1.2}{e^{1.2}}$，$\frac{c}{e^{c}}=\frac{1.6}{e^{1.6}}$，令 $f(x)=\frac{x}{e^{x}}$，则 $f'(x)=\frac{1-x}{e^{x}}$，

当 $x<1$ 时，$f'(x)>0$，当 $x>1$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上是增函数，

在 $(1,+\infty)$ 上是减函数，于是 $f(1.2)>f(1.6)$，即 $f(b)>f(c)$，

又 b，$c\in(0,1)$，所以 $b>c$；

$\frac{a}{e^{a}}-\frac{c}{e^{c}}=\frac{0.8}{e^{0.8}}-\frac{1.6}{e^{1.6}}=\frac{0.8}{e^{0.8}}-\frac{0.8\times2}{e^{0.8}\times e^{0.8}}=\frac{0.8}{e^{0.8}}\times\frac{e^{0.8}-2}{e^{0.8}}$，

因为 $5^{4}=625>2^{9}=512$，所以 $5^{4}>2^{4}\times2^{5}$，$\left(\frac{5}{2}\right)^{4}>2^{5}$，$\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{5}}>2$，

因此 $e^{0.8}-2>\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{4}{5}}-2>0$，于是 $f(a)>f(c)$，又 a，$c\in(0,1)$，所以 $a>c$；

令 $g(x)=\frac{x}{e^{x}}-\frac{2-x}{e^{2-x}}$，则 $g'(x)=\frac{1-x}{e^{x}}-\frac{1-x}{e^{2-x}}=(1-x)\cdot\frac{(e-e^{x})(e+e^{x})}{e^{x+2}}\geq0$，所以 $g(x)$ 在

$(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，$g(0.8)<g(1)$，$\frac{0.8}{e^{0.8}}-\frac{2-0.8}{e^{2-0.8}}<0$，即 $\frac{0.8}{e^{0.8}}-\frac{1.2}{e^{1.2}}<0$，$\frac{0.8}{e^{0.8}}<\frac{1.2}{e^{1.2}}$，

$f(0.8)<f(1.2)$，于是 $f(a)<f(b)$，又 a，$b\in(0,1)$，所以 $a<b$；综上 $b>a>c$.

故选：B.

13．$y=2x$　　14．-2　　15．$\sqrt{2}-1/-1+\sqrt{2}$

16．0.104

设 $N(x,y)$，由题意可得：$d(M,N)=|2-x|+|1-y|=1$，即 $|x-2|+|y-1|=1$，

可知 $|x-2|+|y-1|=1$ 表示正方形 $ABCD$，其中 $A(2,0),B(3,1),C(2,2),D(1,1)$，

即点 N 在正方形 $ABCD$ 的边上运动，因为 $\overrightarrow{OM}=(2,1),\overrightarrow{ON}=(x,y)$，由图可知：

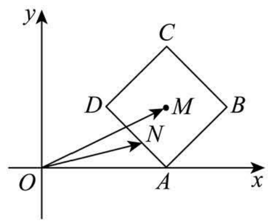
当 $\cos(M,N)=\cos\langle\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\rangle$ 取到最小值，即 $\langle\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\rangle$ 最大，

点 N 有如下两种可能：

①点 N 为点 A，则 $\overrightarrow{ON}=(2,0)$，可得 $\cos(M,N)=\cos\langle\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\rangle=\frac{4}{\sqrt{5}\times2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$；

②点 N 在线段 CD 上运动时，此时 $\overrightarrow{ON}$ 与 $\overrightarrow{DC}=(1,1)$ 同向，不妨取 $\overrightarrow{ON}=(1,1)$，

则$\cos(M,N)=\cos\langle\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\rangle=\dfrac{3}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$；



因为$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}>\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

所以$e(M,N)$的最大值为$1-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\approx 0.104$.

故答案为：0.104.

17．(1)$a_n=n$；(2)$T_n=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{4\times 3^n}$.

（1）由已知，$n=1$时$a_1^2+1=2S_1=2a_1$，即有$(a_1-1)^2=0$，解得$a_1=1$，

当$n\geq 2$时，由$a_n^2+n=2S_n$，得$a_{n-1}^2+n-1=2S_{n-1}$，

两式相减，得$a_n^2-a_{n-1}^2+1=2a_n$，即$(a_n-1)^2-a_{n-1}^2=0$，则$(a_n-1+a_{n-1})(a_n-1-a_{n-1})=0$，

因为$\{a_n\}$单调递增，且$a_1=1$，则$a_n\geq 1$，$a_n-1+a_{n-1}>0$，

所以$a_n-1-a_{n-1}=0$，即$a_n-a_{n-1}=1$，故$\{a_n\}$是首项为1，公差为1的等差数列，

所以，$\{a_n\}$的通项公式$a_n=n$.

（2）由$\log_3 b_n=a_n$，得$b_n=3^{a_n}=3^n$，$\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{n}{3^n}$，所以$T_n=\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3^2}+\cdots+\dfrac{n}{3^n}$，①

则有$\dfrac{1}{3}T_n=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{2}{3^3}+\cdots+\dfrac{n-1}{3^n}+\dfrac{n}{3^{n+1}}$，②

①−②，得$\dfrac{2}{3}T_n=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}-\dfrac{n}{3^{n+1}}=\dfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{1-\frac{1}{3}}-\dfrac{n}{3^{n+1}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{2n+3}{2\times 3^{n+1}}$，

所以$T_n=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{4\times 3^n}$.

18．(1)$B=\dfrac{2\pi}{3}$ (2)$\dfrac{15\sqrt{3}}{8}$

（1）由$\tan B=\dfrac{\cos C-2\cos A}{\sin C}$，有$\tan B\sin C=\cos C-2\cos A$，两边同乘$\cos B$得

$\sin B\sin C=\cos B\cos C-2\cos A\cos B$，故$\cos(B+C)=2\cos A\cos B$，即

$-\cos A=2\cos A\cos B$.

因为$a<b$，所以A为锐角，$\cos A\neq 0$，所以$\cos B=-\dfrac{1}{2}$.

又因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\dfrac{2\pi}{3}$.

（2）在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{9+c^2-49}{6c}=-\dfrac{1}{2}$，故 $c^2+3c-40=0$，

解得 $c=5$ 或 $c=-8$ 舍）.

故 $S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times 3\times 5\times\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{15\sqrt{3}}{8}$.

19．(1) $x=0.016$，平均数为 65.2；(2) $\dfrac{2}{5}$.

（1）由频率分布直方图得：$(0.004+x+0.02+0.008+0.002)\times 20=1$，解得 $x=0.016$，

阅读时长在区间 $[20,40),[40,60),[60,80),[80,100),[100,120]$ 内的频率分别为
$0.08,0.32,0.40,0.16,0.04$，
所以阅读时长的平均数 $\bar{x}=0.08\times 30+0.32\times 50+0.40\times 70+0.16\times 90+0.04\times 110=65.2$.

（2）由频率分布直方图，得数据在 $[20,40),[80,100)$ 两组内的频率比为 $0.004:0.008=1:2$，

则在 $[20,40)$ 内抽取 2 人，记为 A_1,A_2，在 $[80,100)$ 内抽取 4 人，记为 B_1,B_2,B_3,B_4，

从这 6 名志愿者中随机抽取 2 人的不同结果如下：

$(A_1,A_2),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_1,B_4),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_2,B_4)$

$(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_1,B_4),(B_2,B_3),(B_2,B_4),(B_3,B_4)$，共 15 个，

其中抽取的 2 人都在 $[80,100)$ 内的有 $(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_1,B_4),(B_2,B_3),(B_2,B_4),(B_3,B_4)$，共 6 个，

所以所抽取 2 人都在 $[80,100)$ 内的概率 $P=\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$.

20．(1) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　(2) $y=x\pm 1$

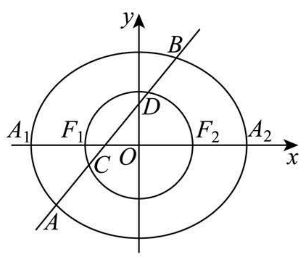
（1）由题意，$|A_1F_2|=3=a+c$，$|A_2F_2|=1=a-c$，解得 $a=2$，$c=1$，$\therefore b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

（2）设直线 l 为 $y=x+m$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由题意，以 F_1F_2 为直径的圆的方程为

$x^2+y^2=1$，则圆心到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|m|}{\sqrt{2}}<1$，即 $m^2<2$，

所以 $|CD|=2\sqrt{1-d^2}=2\sqrt{1-\left(\dfrac{|m|}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2-m^2}$，



由 $\begin{cases}y=x+m\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消去 y，整理得 $7x^2+8mx+4m^2-12=0$，

$\therefore \Delta>0$，解得 $m^2<7$，又 $m^2<2$，所以 $m^2<2$，

$x_1+x_2=-\dfrac{8m}{7}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-12}{7}$，

答案第 3 页，共 6 页

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{4\sqrt{6}\times\sqrt{7-m^2}}{7}$，

因为 $|AB|=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}|CD|$，所以 $\dfrac{4\sqrt{6}\times\sqrt{7-m^2}}{7}=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2-m^2}$，解得 $m^2=1$，又 $m^2<2$，

所以 $m=\pm1$，

所以直线 l 的方程为：$y=x+1$ 或 $y=x-1$.

1．(1)2 (2)$a=-1$（1）当 $a=4$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{x}+4\ln x$，则 $f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{x}=\dfrac{4x-1}{x^2}$，

当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$，$f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$ 上单调递减；

当 $x\in\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$ 上单调递增，

所以 $f(x)_{\min}=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=4(1-\ln 4)<0$，

又 $f\left(\dfrac{1}{e^3}\right)=e^3-12>0$，$f(1)=1>0$，所以存在 $x_1\in\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$，$x_2\in\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$，

使得 $f(x_1)=f(x_2)=0$，即 $f(x)$ 的零点个数为 2.

（2）不等式 $f(x+1)+e^x-\dfrac{1}{x+1}\geq1$ 即为 $e^x+a\ln(x+1)\geq1$，

设 $F(x)=e^x+a\ln(x+1)$，$x\in(-1,+\infty)$，则 $F'(x)=e^x+\dfrac{a}{x+1}=\dfrac{(x+1)e^x+a}{x+1}$，

设 $g(x)=(x+1)e^x+a$，$x\in(-1,+\infty)$，

当 $a\geq0$ 时，$g(x)>0$，可得 $F'(x)>0$，则 $F(x)$ 单调递增，
此时当 x 无限趋近 -1 时，$F(x)$ 无限趋近于负无穷大，不满足题意；

当 $a<0$ 时，由 $g'(x)=(x+2)e^x>0$，$g(x)$ 单调递增，

当 x 无限趋近 -1 时，$g(x)$ 无限趋近于负数 a，当 x 无限趋近正无穷大时，$g(x)$ 无限趋近于正无穷大，故 $g(x)=0$ 有唯一的零点 x_0，即 $(x_0+1)e^{x_0}+a=0$，

当 $x\in(-1,x_0)$ 时，$g(x)<0$，可得 $F'(x)<0$，$F(x)$ 单调递减；

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$g(x)>0$，可得 $F'(x)>0$，$F(x)$ 单调递增，

所以 $F(x)_{\min}=F(x_0)=e^{x_0}+a\ln(x_0+1)=e^{x_0}+a\ln\dfrac{-a}{e^{x_0}}=e^{x_0}+a\ln(-a)-ax_0$

$=-\dfrac{a}{x_0+1}-ax_0+a\ln(-a)=-a\left(\dfrac{1}{x_0+1}+x_0\right)+a\ln(-a)=-a\left[\dfrac{1}{x_0+1}+(x_0+1)-1\right]+a\ln(-a)$，

因为 $x_0+1>0$，可得 $\dfrac{1}{x_0+1}+x_0+1\geq2\sqrt{\left(\dfrac{1}{x_0+1}\right)\cdot(x_0+1)}=2$，

当且仅当$x_0=0$时，等号成立，所以$\frac{1}{x_0+1}+(x_0+1)-1\geq 1$，

所以$-a\left[\frac{1}{x_0+1}+(x_0+1)-1\right]+a\ln(-a)\geq -a+a\ln(-a)$

因为$F(x)\geq 1$恒成立，即$-a+a\ln(-a)\geq 1$恒成立，
令$h(a)=-a+a\ln(-a)$，$a\in(-\infty,0)$，可得$h'(a)=-1+\ln(-a)+1=\ln(-a)$，
当$a\in(-\infty,-1)$时，$h'(a)>0$，$h(a)$单调递增；
当$a\in(-1,0)$时，$h'(a)<0$，$h(a)$单调递减，所以$h(a)\leq h(-1)=1$，即$h(a)\leq 1$，
又由$h(a)\geq 1$恒成立，则$h(a)=-a+a\ln(-a)=1$，所以$a=-1$.

22．(1)曲线 C 的直角坐标方程为$x^2+y^2-2y=0$；直线 l 的普通方程为$\sqrt{3}x-y+2-\sqrt{3}=0$

(2)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

（1）由已知$C:\rho=2\sin\theta,\therefore\rho^2=2\rho\sin\theta$，即$x^2+y^2-2y=0$

由$\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$得$l:y-2=\sqrt{3}(x-1)$，即$\sqrt{3}x-y+2-\sqrt{3}=0$；

（2）将直线参数方程$\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$代入到$x^2+y^2=2y$中得

$1+t+\frac{1}{4}t^2+4+2\sqrt{3}t+\frac{3}{4}t^2=4+\sqrt{3}t$，即$t^2+(\sqrt{3}+1)t+1=0$

$\therefore t_1+t_2=-(\sqrt{3}+1)$，则由 t 的几何意义可知，$|PQ|=\left|\frac{t_1+t_2}{2}\right|=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

23．(1)1；(2)证明见解析.

（1）不等式$f(x+2)\geq 0$即$m-|x|\geq 0$，即$|x|\leq m$，解得$-m\leq x\leq m$，

又$f(x+2)\geq 0$的解集是$[-1,1]$，所以$m=1$，综上，$m=1$；

（2）由(1)知$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}=1$，$a$、$b$、$c\in(0,+\infty)$，

所以，$a+2b+3c=(a+2b+3c)(\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c})=\frac{a}{2b}+\frac{2b}{a}+\frac{a}{3c}+\frac{3c}{a}+\frac{2b}{3c}+\frac{3c}{2b}+3$

$\geq 2\sqrt{\frac{a}{2b}\cdot\frac{2b}{a}}+2\sqrt{\frac{a}{3c}\cdot\frac{3c}{a}}+2\sqrt{\frac{2b}{3c}\cdot\frac{3c}{2b}}+3$
$=2+2+2+3=9$.
当且仅当$a=2b=3c$即$a=3$，$b=\frac{3}{2}$，$c=1$时等号成立.

综上：$a+2b+3c\geq 9$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。