高三数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. $|i(3-i)+2|=$

A. $\sqrt{10}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. 3　　D. $2\sqrt{3}$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-5$，则 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=$

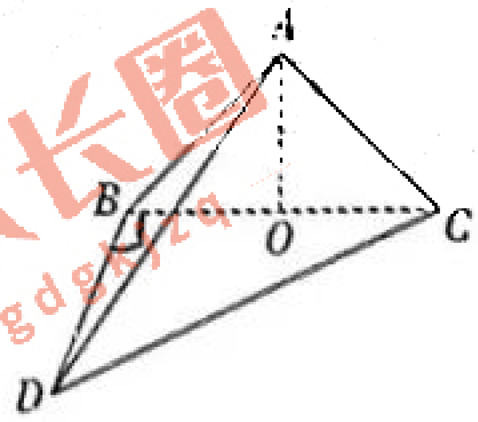
A. -1　　B. 2　　C. 15　　D. 19

3. 设集合 $A=\{x|\lg(x^2+1)\leqslant 1\}$，$B=\{y|y=x^2-1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\varnothing$　　B. $[-3,3]$

C. $[-1,3]$　　D. $[3,+\infty)$

4. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，$AB=AC$，$BC\perp BD$，平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，O 为线段 BC 的中点，则下列判断错误的是



A. $AC\perp BD$

B. $BD\perp$平面 ABC

C. $AB\perp CD$

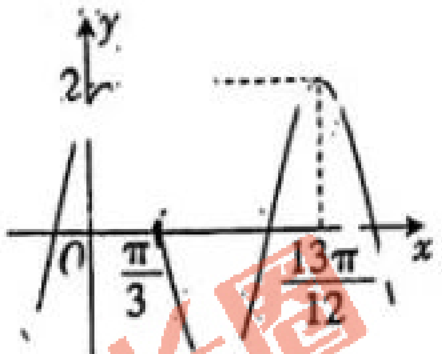
D. $AO\perp$平面 BCD

5. 大多数居民在住宅区都会注意噪音问题. 记 p 为实际声压，通常我们用声压级 $L(p)$（单位：分贝）来定义声音的强弱，声压级 $L(p)$ 与声压 p 存在近似函数关系：$L(p)=a\lg\frac{p}{p_0}$，其中 a 为常数且常数 $p_0(p_0>0)$ 为听觉下限阈值. 若在某栋居民楼内，测得甲穿硬底鞋走路的声压 p_1 为穿软底鞋走路的声压 p_2 的 100 倍，且穿硬底鞋走路的声压级为 $L(p_1)=60$ 分贝，恰为穿软底鞋走路的声压级 $L(p_2)$ 的 3 倍. 若住宅区夜间声压级超过 50 分贝即扰民，该住宅区夜间不扰民情况下的声压为 p'，则

A. $a=20$，$p'\leqslant 10\sqrt{10}p_2$　　B. $a=20$，$p'\leqslant\frac{1}{10}p$

C. $a=10$，$p'\leqslant 10\sqrt{10}p_2$　　D. $a=10$，$p'\leqslant\frac{1}{10}p_1$

6. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的部分图象如图所示,则 $f(\frac{3\pi}{4})=$



A. 1

B. -1

C. $\sqrt{2}$

D. $-\sqrt{2}$

7. 若 $a=\sqrt{3}+\frac{1}{2\sqrt{2}}$, $b=\sqrt{5}-\frac{1}{2\sqrt{3}}$, $c=\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{3}}$,则

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$　　C. $c>$[illegible]　　D. $b>c>a$

8. 已知 F 是双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点,O 为坐标原点,过点 F 且斜率为 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 的直线与 E 的右支交于点 M,$\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{NF}$,$MF\perp ON$,则 E 的离心率为

A. 3　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 某人记录了自己一周内每天的运动时长(单位:分钟):54,58,46,62,80,50,x. 若这组数据的第 40 百分位数与第 20 百分位数的差为 3,则 x 的值可能为

A. 47　　B. 45　　C. 53　　D. 60

10. 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+1$ 的图象在点 $(m,f(m))$ 处的切线为 l_m,则

A. l_m 的斜率的最小值为 -2

B. l_m 的斜率的最小值为 -3

C. l_0 的方程为 $y=1$

D. l_{-1} 的方程为 $y=9x+6$

11. 已知 P 是圆 $C:x^2+y^2=1$ 上一点,Q 是圆 $D:(x-3)^2+(y+4)^2=4$ 上一点,则

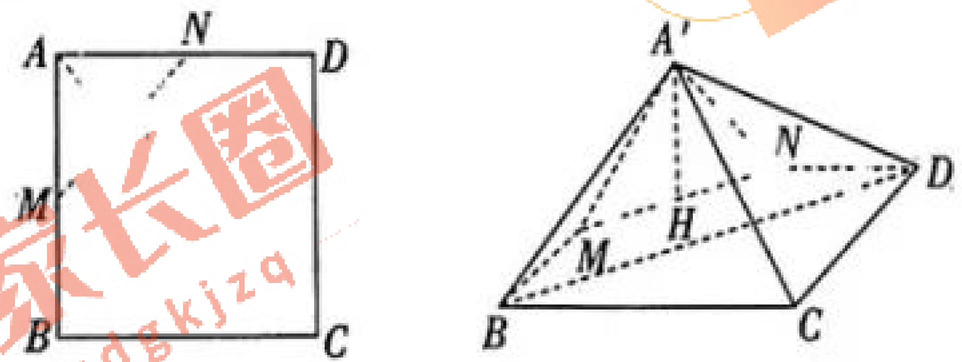
A. $|PQ|$ 的最小值为 2

B. 圆 C 与圆 D 有 4 条公切线

C. 当 $|PQ|$ 取得最小值时,P 点的坐标为 $(\frac{4}{5},-\frac{3}{5})$

D. 当 $|PQ|=1+\sqrt{21}$ 时,点 D 到直线 PQ 的距离小于 2

12. 如图所示,四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形,M,N 分别为线段 AB,AD 上异于点 A 的动点,且满足 $AM=AN$,点 H 为 MN 的中点,将点 A 沿 MN 折至点 A' 处,使 $A'H\perp$ 平面 BCD,则下列判断正确的是



A. 若点 M 为 AB 的中点,则五棱锥 $A'-MBCDN$ 的体积为 $\frac{14\sqrt{2}}{3}$

B. 当点 M 与点 B 重合时,三棱锥 $A'-BCD$ 的体积为 $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

C. 当点 M 与点 B 重合时,三棱锥 $A'-BCD$ 的内切球的半径为 $4-2\sqrt{3}$

D. 五棱锥 $A'-MBCDN$ 体积的最大值为 $\frac{128\sqrt{3}}{27}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知 A 为抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 上一点，点 A 到 C 的焦点的距离为10，到 x 轴的距离为5，则 $p=$ ___▲___

14. 已知 $(2x^{-2}-x^3)^n$ 的二项式系数之和为256，则其展开式中 x^4 的系数为 ___▲___

15. 设奇函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x+1)$ 是偶函数，若 $f(1)=7$，则 $f(2023)+f(2024)=$ ___▲___.

16. $\dfrac{\tan 80^\circ-\tan 20^\circ}{1+\dfrac{1}{2\cos 20^\circ}}$ 的值为 ___▲___.

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=13$，$a_{13}=53$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

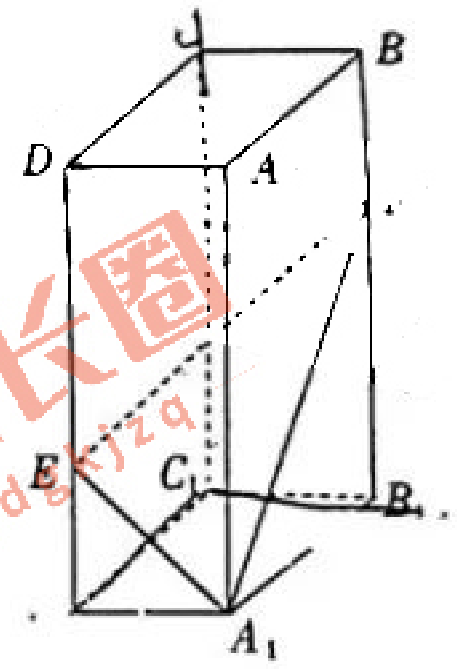
(2)求数列 $\{2a_n+(-1)^n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（12分）

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E,F 分别在棱 DD_1，BB_1 上，$AB=2$，$AD=1$，$AA_1=3$，$D_1E=BF=1$.

(1)证明：$EF\perp A_1E$.

(2)求平面 A_1EF 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值.



19.（12分）

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 已知 $c^2+3b^2=2a^2$.

(1)若 $(a-c)\cos B=b(\cos A-\cos C)$，求 $\dfrac{\sin A}{\sin B}$；

(2)若 $c=1$，当 $\cos B$ 取得最小值时，求 $\triangle ABC$ 的面积.

0.(12分)

已知 $A_1(-2,0)$ 是椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点，且 M 经过点 $(\frac{\sqrt{7}}{2},\frac{3\sqrt{3}}{4})$.

(1)求 M 的方程；

(2)若直线 $l:y=k(x-1)$ 与 M 交于 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 两点，且 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，求弦 AB 的长.

.(12分)

某中学的风筝兴趣小组决定举行一次盲盒风筝比赛，比赛采取得分制度评选优胜者，可选择的风筝为硬翅风筝、软翅风筝、串式风筝、板式风筝、立体风筝，共有5种风筝，将风筝装入盲盒中摸取风筝，每位参赛选手摸取硬翅风筝或软翅风筝均得1分并放飞风筝，摸取串式风筝、板式风筝、立体风筝均得2分并放飞风筝，每次摸取风筝的结果相互独立，且每次只能摸取1只风筝，每位选手每次摸取硬翅风筝或软翅风筝的概率为 $\frac{2}{5}$，摸取其余3种风筝的概率为 $\frac{3}{5}$.

(1)若选手甲连续摸了2次盲盒，其总得分为 X 分，求 X 的分布列与期望；

(2)假设选手乙可持续摸取盲盒，即摸取盲盒的次数可以为1，2，3，…中的任意一个数，记乙累计得 n 分的概率为 $P(n)$，当 $n\geqslant 3$ 时，求 $P(n)$.

(12分)

已知函数 $f(x)=e^x-ax^3-x-2$.

(1)当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间与极值；

(2)若 $a\leqslant\frac{1}{6}$，证明：当 $x_1,x_2\in[0,+\infty)$，且 $x_1>x_2$ 时，$\frac{f'(x_1)+f'(x_2)}{2}>\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ 恒成立.

密封线内不要答题