

考号

姓名

班级

学校

题  
答  
要  
不  
内  
线  
封  
密

## 2024 届高三数学试题(理科)

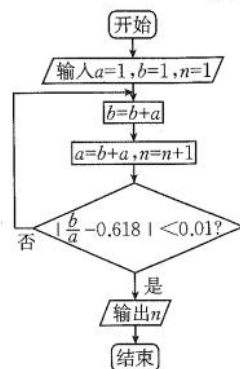
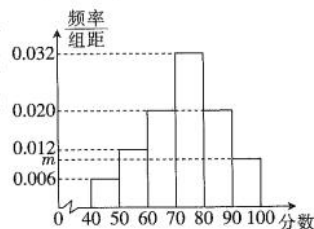
### 考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:小题(必修 1,必修 3,必修 4,必修 5,选修 2-1 第一章,选修 2-2 第一章),大题(高考范围)。

### 第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{a, 3\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围为
  - A.  $\mathbf{R}$
  - B.  $(-\infty, 1)$
  - C.  $(1, 2)$
  - D.  $(2, +\infty)$
2. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则“ $a + b = 1$ ”是“ $ab \leq \frac{1}{4}$ ”的
  - A. 充分必要条件
  - B. 充分不必要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 既不充分也不必要条件
3. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = 2^x + x + m$ , 则  $f(-3) =$ 
  - A. -10
  - B. -4
  - C. 4
  - D. 10
4. 某地发起“寻找绿色合伙人——低碳生活知识竞赛”活动, 选取了  $n$  人参与问卷调查, 将他们的成绩进行适当分组后(每组为左闭右开的区间), 得到如图所示的频率分布直方图, 且成绩落在  $[90, 100)$  的人数为 10, 则  $n =$ 
  - A. 60
  - B. 80
  - C. 100
  - D. 120
5. 执行如图所示的程序框图, 输出的  $n =$ 
  - A. 3
  - B. 4
  - C. 5
  - D. 6
6. 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $\frac{a_5 - a_1}{a_3 - a_1} = 3$ , 则  $\frac{a_{10} - a_2}{a_6 + a_2} =$ 
  - A. 1
  - B. 3
  - C. 4
  - D. 15



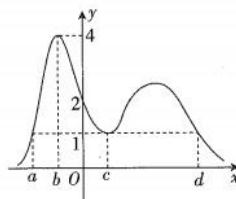
7. 小明准备将新买的《孟子》《论语》《诗经》3本书立起来随机地放在书架上,则《论语》《诗经》两本书相邻的概率为

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{3}$
- C.  $\frac{2}{3}$
- D.  $\frac{5}{6}$



8. 已知  $f'(x)$  是函数  $f(x)$  的导函数,若函数  $y=e^{f(x)}$  的图象大致如图所示,则  $f(x)$  的极大值点为

- A.  $a$
- B.  $b$
- C.  $c$
- D.  $d$



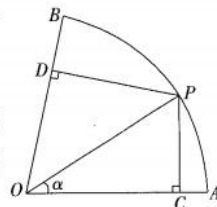
9. 在  $\triangle ABC$  中,  $AC=2, AB=3, \angle A=60^\circ$ , 点  $P$  是  $\triangle ABC$  的重心, 则  $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 + |\overrightarrow{PC}|^2 =$

- A. 7
- B. 8
- C.  $\frac{26}{3}$
- D.  $\frac{20}{3}$

10. 某工厂新购置并安装了先进的废气处理设备,使产生的废气经过该设备过滤后排放,以减少对空气的污染. 已知过滤过程中废气的污染物数量  $P$  (单位:  $\text{mg/L}$ ) 与过滤时间  $t$  (单位:  $\text{h}$ ) 的关系为  $P(t) = P_0 e^{-kt}$  ( $P_0, k$  是正常数). 若经过  $10 \text{ h}$  过滤后减少了  $20\%$  的污染物,在此之后为了使得污染物减少到原来的  $10\%$  还需要的时长大约为 (参考数据:  $\log_2 5 \approx 2.322$ )

- A.  $103 \text{ h}$
- B.  $93 \text{ h}$
- C.  $83 \text{ h}$
- D.  $63 \text{ h}$

11. 如图,扇形  $AOB$  是某社区的一块空地平面图,点  $P$  在弧  $AB$  上 (异于  $A, B$  两点),  $PC \perp OA, PD \perp OB$ , 垂足分别为  $C, D, \angle AOB = \frac{5\pi}{12}, \angle AOP = \alpha, AO=20$  米. 该社区物业公司计划将四边形  $OCPD$  区域作为儿童娱乐设施建筑用地,其余的地方种植花卉,则儿童娱乐设施建筑用地面积的最大值为



- A. 50 平方米
- B.  $100(\sqrt{3}+1)$  平方米
- C.  $50(\sqrt{6}+\sqrt{2})$  平方米
- D.  $50(\sqrt{6}+3\sqrt{2})$  平方米

12. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $0 < a_1 < 1, a_{n+1} = \frac{6a_n + t}{a_n + 3} (t \in \mathbf{R})$ , 若对于任意正整数  $n$ , 都有  $0 < a_n < a_{n+1} < 5$ , 则  $t$  的取值范围为

- A.  $[0, 5)$
- B.  $[0, 5]$
- C.  $[0, 10]$
- D.  $[0, 15]$

### 第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $a = (x, 2), b = (3, 4)$ , 若  $(a+b) \perp b$ , 则  $x =$  ▲.

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+1 \geq 0, \\ x+y-2 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $x+y$  的最小值为 ▲.

15. 已知函数  $f(x) = 2\sin \omega x + 1$  ( $\omega > 0$ ) 在  $[0, \pi]$  上有且仅有 2 个零点, 则  $\omega$  的取值范围为     ▲    .

16. 已知函数  $f(x) = e^{ax-1} - \frac{1}{a} \ln x - \frac{1}{a}$ , 若  $f(x) \geq 0$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是     ▲    .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n + 4 = 2a_n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

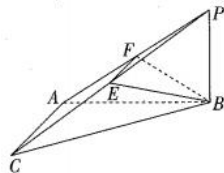
(2) 求数列  $\left\{\frac{2n+1}{a_n}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PB \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp AC$ ,  $E, F$  分别为  $PC, PA$  的中点, 且  $BP = 2\sqrt{3}, AB = 3\sqrt{3}, BC = 6$ .

(1) 证明: 平面  $BEF \perp$  平面  $PAB$ .

(2) 求平面  $BEF$  与平面  $PEB$  所成锐二面角的余弦值.



19. (12 分)

为了促进消费, 某商场针对会员客户推出会员积分兑换商品活动: 每位会员客户可在价值 80 元, 90 元, 100 元的  $A, B, C$  三种商品中选择一种使用积分进行兑换, 每 10 积分可兑换 1 元. 已知参加活动的甲、乙两位客户各有 1000 积分, 且甲兑换  $A, B, C$  三种商品的概率分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ , 乙兑换  $A, B, C$  三种商品的概率分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ , 且他们兑换何种商品相互独立.

(1) 求甲、乙两人兑换同一种商品的概率;

(2) 记  $X$  为两人兑换商品后的积分总余额, 求  $X$  的分布列与期望.

20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦距为  $2\sqrt{3}$ , 且  $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{17}{4}$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2)  $A$  是  $C$  的下顶点, 过点  $P(4, 0)$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $M, N$  两点, 直线  $l$  的斜率小于 0,  $\triangle AMN$  的重心为  $G, O$  为坐标原点, 求直线  $OG$  斜率的最大值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x + ax^2$ .

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线经过坐标原点, 求  $a$  的值;

(2) 若方程  $f(x) = x + 1$  恰有 2 个不同的实数根, 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的方程为  $(x-3)^2 + y^2 = 16$ .

(1) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求  $C$  的极坐标方程;

(2) 直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 6$ , 求  $l$  的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x-1| - |2x-a| (a > 2)$ .

(1) 若  $a=4$ , 求不等式  $f(x) \leq 0$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的图象与  $x$  轴围成的三角形面积为  $\frac{1}{6}$ , 求  $a$ .

密  
封  
线  
内  
不  
要  
答  
题

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

