

高三联考数学(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:集合与常用逻辑用语、函数、导数、三角函数、平面向量.

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

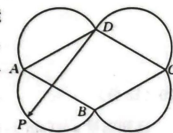
1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{3\}$
2. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{Q}, \frac{1}{x^2} \in \mathbb{Q}$, 命题 $q: \forall x \in \mathbb{Q}, \frac{1}{x^2} \in \mathbb{Q}$, 则
A. p 的否定是 q B. p 的否定是 $\forall x \in \mathbb{Q}, \frac{1}{x^2} \notin \mathbb{Q}$
C. q 的否定是 p D. q 的否定是 $\exists x \in \mathbb{Q}, \frac{1}{x^2} \notin \mathbb{Q}$
3. 要得到函数 $y = \sin(x+1)$ 的图象,只需要将函数 $y = \sin x$ 的图象
A. 向左平移 1 个单位长度 B. 向右平移 1 个单位长度
C. 向上平移 1 个单位长度 D. 向下平移 1 个单位长度
4. 已知 α 为第二象限角,则
A. $\cos \alpha - \sin \alpha > 0$ B. $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$
C. $\sin 2\alpha < 0$ D. $\sin \alpha \tan \alpha > 0$
5. 已知 x, y 为非零实数,向量 a, b 为非零向量,则“ $|a+b| = |a| + |b|$ ”是“存在非零实数 x, y , 使得 $xa + yb = 0$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 60^\circ$, $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EC}$, $AB = 2$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DB} =$
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
7. 命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, \sin x \geq 1$, 命题 $q: \forall x \in (0, +\infty), e^x > \ln x$, 则下列命题为真命题的是
A. $p \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge q$ C. $p \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$
8. 若 $\tan \theta = 2$, 则 $\frac{(\sin \theta + \cos \theta) \cos 2\theta}{\sin \theta} =$
A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{9}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

9. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 且 $f(x+1)$ 是奇函数, $f(2x+3)$ 是偶函数, 则
A. $f(5) = 0$ B. $f(4) = 0$ C. $f(0) = 0$ D. $f(-2) = 0$
10. 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{1}{\cos \alpha}$, 则
A. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ B. $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$ C. $2\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$ D. $2\beta + \alpha = \frac{\pi}{2}$
11. 已知函数 $f(x) = x^3 + x + 1$, 若 $f(1-x) + f(2x) > 2$, 则 x 的取值范围是
A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
12. 已知函数 $f(x) = \sin 2x - a \cos 2x$ 的图象关于直线 $x = \frac{3\pi}{8}$ 对称, 若 $f(x_1) + f(x_2) = 2\sqrt{2}$, 则 $\frac{|x_2 - x_1|}{a}$ 的最小值为
A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

第 II 卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 函数 $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x}$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若“ $\forall x \in \mathbb{R}, mx^2 + mx + 100 > 0$ ”是真命题,则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知函数 $f(x) = 2\sin \omega x$ ($\omega > 0$) 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上恰有两个零点,则实数 ω 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 对称性是数学美的一个重要特征,几何中的轴对称,中心对称都能给人以美感,激发学生对数学的兴趣.如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 2$, 以菱形 $ABCD$ 的四条边为直径向外作四个半圆, P 是这四个半圆弧上的一动点,若 $\overrightarrow{DP} = \lambda \overrightarrow{DA} + \mu \overrightarrow{DC}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

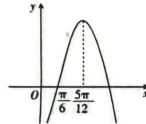


三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域.



18. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^4 + bx^3$ 在 $x=1$ 处有极值 -1 .

- (1) 求 a, b 的值;
(2) 若函数 $g(x) = f(x) - mx$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 求 m 的取值范围.

19. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2} + a$, 且 $f(\lg 2) + f(\lg 5) = 3$.

- (1) 求 a 的值;
(2) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) \geq 4^x + m$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

20. (12分)

已知向量 $a = (\sin x, \cos x)$, $b = (2\sqrt{3}\cos x - \sin x, \cos x)$, $f(x) = a \cdot b$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间;
(2) 若 $f(x_0) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $x_0 \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$, 求 $\cos 2x_0$ 的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - ae^x$.

- (1) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线经过定点.
(2) 证明: 当 $a \in (-\infty, 0] \cup [\frac{24}{e}, +\infty)$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上无极值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x(\ln x - a)$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围;
(2) 若 $a=1$, 证明: $f(x) > \frac{x^2}{e^{x-1}} - \frac{5}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线