

2023~2024 学年新乡市高三第一次模拟考试
数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

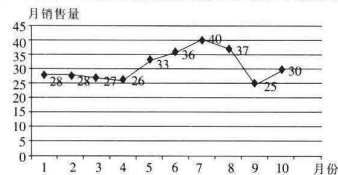
1. 复数 $1+i^3$ 在复平面内对应的点所在的象限为
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
2. 若集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}$, 集合 $B=\{x||x|<2\}$, 则 $A\cap B=$
A. $(-2,1)$ B. $(-1,2)$ C. $(-3,2)$ D. $(1,2)$
3. 已知向量 $a=(1,-1)$, $b=(m,2)$, 若 $a\parallel b$, 则 $(a-2b)\cdot b=$
A. 4 B. -2 C. -8 D. -20
4. 若 $\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$, $\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{3}$, 则 $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=$
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
5. 在我们的日常生活中,经常会发现一个有趣的现象:以数字 1 开头的数字在各个领域中出现的频率似乎要高于其他数字。这就是著名的本福特定律,也被称为“第一位数定律”或者“首位数现象”,意指在一堆从实际生活中得到的十进制数据中,一个数的首位数字是 $d(d=1, 2, \dots, 9)$ 的概率为 $\lg(1+\frac{1}{d})$ 。以此判断,一个数的首位数字是 1 的概率与首位数字是 5 的概率之比约为
(参考数据: $\lg 2\approx 0.301$, $\lg 3\approx 0.477$)
A. 2.9 B. 3.2 C. 3.8 D. 3.9
6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 S_n , 若 $a_3a_6^2=4$, 则 $S_9=$
A. 512 B. 256 C. 64 D. 16
7. 已知正三棱锥 $P-ABC$ 的侧棱 PA, PB, PC 两两垂直, 且 $PA=PB=PC=1$, 以 P 为球心的球与底面 ABC 相切, 则该球的半径为
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】

8. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $\forall x, y \in \mathbf{R}, f(2xy-1)=f(x)\cdot f(y)+f(y)+2x-3$, $f(0)=-1$, 则不等式 $f(x)>3-2^x$ 的解集为
A. $(1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, -1)$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 下图为某商家 2023 年 1 月至 10 月某商品的月销售量, 则下列说法正确的是



- A. 这 10 个月的月销售量的极差为 15
 - B. 这 10 个月的月销售量的第 65 百分位数为 33
 - C. 这 10 个月的月销售量的中位数为 30
 - D. 前 5 个月的月销售量的方差大于后 5 个月的月销售量的方差
10. 若 $a>0, b>0, a+b=1$, 则下列不等式恒成立的是
- A. $ab\geq\frac{1}{4}$
 - B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq 4$
 - C. $2a^2+b\geq\frac{7}{8}$
 - D. $a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$
11. 已知 F 是抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点, 过 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 点 $D(-2,1)$, 且 $AD\perp BD$, 则
- A. 直线 AB 的方程为 $4x-y-8=0$
 - B. 直线 AB 的方程为 $2x-y-4=0$
 - C. $|AB|=9$
 - D. $|AB|=\frac{17}{2}$
12. 已知 $k>0$, 关于 x 的方程 $kx=\sin x$ 有 n 个不同的根, $n\in\mathbf{N}^*$, 且 m 为最大的根, 则
- A. n 的值可能为 100
 - B. 当 $n=1$ 时, $k\geq 1$
 - C. 当 $k=\frac{2}{5\pi}$ 时, $n=7$
 - D. 当 $n=5$ 时, $\tan m\in(4,6)$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

13. 已知某圆锥的侧面展开图是一个半圆, 若圆锥的体积为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$, 则该圆锥的表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 已知 O 为坐标原点, 点 P 在圆 $C:x^2+y^2-2ax+a^2-4=0$ 上, 且 $|OP|=1$, 则 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 共有 10 项, 且 $a_n\in\{1,2,3\}$, 若 $a_1\leq a_2\leq a_3\leq\cdots\leq a_{10}$, 则符合条件的不同数列有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个。
16. 已知 A, B 分别是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的左、右顶点, 且 $|AB|^2=4\sqrt{7}b^2$, P 为 C 上一点, $|PA|=2|PB|=4$, 则点 P 到 x 轴的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【高三数学 第 2 页(共 4 页)】

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a - \frac{b}{2} = c \cos B$.

(1) 求角 C ;

(2) 若 D 为边 AC 上一点, 且 $BD = BC = \frac{\sqrt{3}}{3} AB$, 求 $\frac{CD}{AD}$ 的值.

18. (12 分)

某闯关游戏共设置 4 道题, 参加比赛的选手从第 1 题开始答题, 一旦答错则停止答题, 否则继续, 直到答完所有题目. 设选手甲答对第 1 题的概率为 $\frac{2}{3}$, 甲答对题目为 i 的题目概率

$p_i = \frac{k}{i}, i \in \{1, 2, 3, 4\}$, 各题回答正确与否相互之间没有影响.

(1) 若甲已经答对了前 3 题, 求甲答对第 4 题的概率;

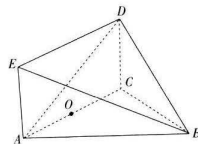
(2) 求甲停止答题时答对题目数量 X 的分布列与数学期望.

19. (12 分)

如图, 平面 $ACDE \perp$ 平面 ABC , 四边形 $ACDE$ 为矩形, $\triangle ABC$ 为正三角形, $AB = 2AE = 2$, O 为 AC 的中点, P 为 BD 上一动点.

(1) 当 $OP \parallel$ 平面 ABE 时, 求 $\frac{BP}{PD}$ 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 求 OP 与平面 ABD 所成角的正弦值.



【高三数学 第 3 页(共 4 页)】

20. (12 分)

已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n + S_{n+1} = (n+1)^2$.

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_1 = 0$, 求数列 $\{\frac{a_{2n}-1}{(n^2+n)^2}\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (12 分)

A, B 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点, $|AB| = 4$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 过点 $P(4, 0)$, 且与坐标轴不垂直的直线 l 交椭圆 C 于 M, N 两个不同的点. 设直线 AM, BN 交于点 K , 证明: 点 K 到 y 轴的距离为定值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - mx^2 - 1$.

(1) 当 $m \geq \frac{1}{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 已知 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 证明: $x_1 x_2 > \sqrt{6} e^2$.

【高三数学 第 4 页(共 4 页)】

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线