2024届高三一轮复习联考（二） 全国卷

文科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】$z=(1+i^3)(i+i^2)=(1-i)(i-1)=2i$，所以$\overline{z}=-2i$，故选B.

2.C 【解析】$\complement_U A=\{1,2,5,6\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{2,5\}$.故选C.

3.C 【解析】根据特称命题：$\exists x_0\in M$，$p(x_0)$的否定形式是全称命题：$\forall x\in M$，$\neg p(x)$，可知“$\exists x_0>1$，$x_0-2\ln x_0\leqslant 1$”的否定为“$\forall x>1$，$x-2\ln x>1$”，故选C.

4.B 【解析】$x\in(0,+\infty)$，显然$f(x)$单调递增，又$f(1)=\log_2 1-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}<0$，$f(2)=\log_2 2-\frac{1}{4}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}>0$，$f(1)\cdot f(2)<0$，故零点位于区间$(1,2)$内，故选B.

5.B 【解析】$a>b>0$，$c>1$，所以$c^a>c^b$.故选B.

6.D 【解析】本题为线性规划问题，目标函数的最值在三角形区域的顶点处取得.将A、B、C的坐标依次代入目标函数，得z的值分别为24，52，13，因此目标函数$z=2x+3y$在点B取得最大值，即$z_{\max}=52$.故选D.

7.B 【解析】若$ab\geqslant 1$，则$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}\geqslant 2$，当且仅当$a=b$，$ab=1$，即$a=1$，$b=1$时，等号成立，因此若不等式$ab\geqslant 1$成立，则不等式$a+b\geqslant 2$成立；反过来，若$a+b\geqslant 2$成立，取$a=2$，$b=\frac{1}{4}$满足条件，但是$ab=\frac{1}{2}$，则不等式$ab\geqslant 1$不成立.因此不等式$a+b\geqslant 2$成立是不等式$ab\geqslant 1$成立的必要不充分条件，故选B.

8.C 【解析】$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}+\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}+\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$
$=\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)\overrightarrow{AB}-\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AC}$，根据$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\left[\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)\overrightarrow{AB}-\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AB}=\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)\overrightarrow{AB}^2-\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=4\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)$.又$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=5$，所以$4\left(1+\frac{1}{\lambda}\right)=5$，$\lambda=4$，故选C.

9.C 【解析】根据题意，函数$f(x)=\frac{1}{e^x-1}+a$，其定义域为$\{x\mid x\neq 0\}$.由$f(-x)=-f(x)$，即$\left(\frac{1}{e^{-x}-1}+a\right)+\left(\frac{1}{e^x-1}+a\right)=-1+2a=0$，解得$a=\frac{1}{2}$，故选C.

10.C 【解析】$a=\sin\theta\cdot\cos\theta$，$b=\sin\theta\cdot\sin\theta$，$c=\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta=\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}=\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}=\sin\theta\cdot\tan\theta$.根据$\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{3}$，得$\tan\theta>1$，$1>\sin\theta>\cos\theta>0$，即$\tan\theta>\sin\theta>\cos\theta$，$\sin\theta\cdot\tan\theta>\sin\theta\cdot\sin\theta>\sin\theta\cdot\cos\theta$，即$c>b>a$，故选C.

11.A 【解析】$\triangle ABC$的外接圆面积为4π，所以外接圆半径为2，不妨设三边a，b，c成等比数列，则$b^2=ac$.又$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+c^2-ac}{2ac}\geqslant\frac{2ac-ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，当且仅当$a=c$时等号成立，所以$0<B\leqslant\frac{\pi}{3}$，又$\frac{b}{\sin B}=4$，所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}b^2\sin B=8\sin^3 B\leqslant 8\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3=3\sqrt{3}$，故选A.来源：高三标答公众号

12.A 【解析】$f'(x)=ae^x-2x$，根据$f(x)=ae^x-x^2+b$是增函数，得$f'(x)\geqslant 0$，即$ae^x-2x\geqslant 0$，$a\geqslant\frac{2x}{e^x}$.令$g(x)=\frac{2x}{e^x}$，则$g'(x)=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x)^2}=\frac{2(1-x)}{e^x}$，当$x>1$时，$g'(x)<0$，当$x<1$时，$g'(x)>0$，所以$g(x)$在$(-\infty,1)$上是增函数，在$(1,+\infty)$上是减函数，故$g(x)$有最大值$g(1)=\frac{2}{e}$，因此$a\geqslant\frac{2}{e}$，实数$a$的最小值是$\frac{2}{e}$，即$a$的取值范围

是$\left[\frac{2}{e},+\infty\right)$.故选 A.

13.$-\sqrt{2}$ 【解析】由向量$\boldsymbol{a}=(2,x)$，$\boldsymbol{b}=(-2x,-2)$，且$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$方向相同，得$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，且$\lambda>0$，则$\begin{cases}2=-2x\lambda,\\x=-2\lambda,\end{cases}$解得$x=-\sqrt{2}$.

14.$\frac{\pi}{3}$ 【解析】根据$\cos C=\frac{b}{2a}$，以及正弦定理，得$\cos C=\frac{\sin B}{2\sin A}$，即$2\sin A\cos C=\sin B$，又$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，所以$2\sin A\cos C=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，$\sin A\cos C-\cos A\sin C=0$，$\sin(A-C)=0$，$\because -\pi<A-C<\pi$，$\therefore A=C$，由$\cos B=\frac{1}{2}$，得$B=\frac{\pi}{3}$，所以$A=\frac{\pi}{3}$.

15.2 【解析】设$\{a_n\}$的公比为q，显然$q\neq1$，$\frac{S_4}{S_2}=\frac{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}}=\frac{1-q^4}{1-q^2}=1+q^2=3$，所以$q^2=2$，$\frac{a_4}{a_2}=\frac{a_2q^2}{a_2}=q^2=2$.

16.$g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 【解析】把函数$y=f(x)$的图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标不变，得到$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，然后再把所得到的图象上所有点向右平行移动$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到$y=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，即$g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

17.解：(1)由a_n是a_{n+1}与-1的等差中项，得$2a_1=a_2-1$，$a_2=3$，……2分

$2a_2=a_3-1$，$a_3=7$. ……4分

(2)$a_{n+1}=2a_n+1$，$(a_{n+1}+1)=2(a_n+1)$，……6分

$a_1=1$，$a_1+1=2\neq0$，

所以$\frac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=2$，……8分

因此数列$\{a_n+1\}$是以2为首项，2为公比的等比数列. ……10分

从而$a_n+1=2\cdot2^{n-1}=2^n$，

所以$a_n=2^n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$. ……12分

18.解：(1)由正弦定理，及$\sin^2B-\sin^2A=\sin A\sin C$，得$b^2-a^2=ac$. ……2分

根据$A=\frac{\pi}{6}$以及余弦定理，得$a^2=b^2+c^2-2bc\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，即$a^2=b^2+c^2-\sqrt{3}bc$，……4分

所以$ac+c^2-\sqrt{3}bc=0$，$b=\frac{a+c}{\sqrt{3}}$，于是$\left(\frac{a+c}{\sqrt{3}}\right)^2=a^2+ac$，$2a^2+ac-c^2=0$，$(2a-c)(a+c)=0$，

所以$c=2a$，$b^2=a^2+2a^2=3a^2$，因此$c^2=a^2+b^2$，$\triangle ABC$为直角三角形. ……6分

(2)由$c=2$，以及由(1)得$c=2a$，$b=\sqrt{3}a$，$\angle C=90^\circ$，可得$a=1$，$b=\sqrt{3}$，……8分

设$CD=x(0\leqslant x<\sqrt{3})$，则$BD=\sqrt{x^2+1}$，$AD=\sqrt{3}-x$，且由$\triangle ABD$的周长为$\frac{7+3\sqrt{3}}{3}$，

得$\sqrt{x^2+1}+\sqrt{3}-x+2=\frac{7+3\sqrt{3}}{3}$，$\sqrt{x^2+1}=x+\frac{1}{3}$，解得$x=\frac{4}{3}$，……10分

所以$CD=\frac{4}{3}$，$\triangle BCD$面积为$\frac{1}{2}BC\times CD=\frac{1}{2}\times1\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$. ……12分

19.**解**：(1)由 $S_n=n^2+2n$……①，$n=1$ 时，$a_1=S_1=3$，…………………………………… 2分

$n>1$ 时，$S_{n-1}=(n-1)^2+2(n-1)$……②，

①－②得 $a_n=n^2+2n-(n-1)^2-2(n-1)=2n+1$，…………………………………… 4分

当 $n=1$ 时，$a_1=3$，符合上式，所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$．…………………… 6分

(2)由已知 $S_n=n(n+2)$，$\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$，…………………………………… 8分

$T_n=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{6}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$．…………………………………… 12分

20.**解**：(1)当 $a=2$ 时，$f(x)=x(\ln x-2)$，$f'(x)=\ln x-1$，…………………………………… 1分

$f'(x)=0$ 时，$x=e$，…………………………………… 2分

当 $x\in(0,e)$时，$f'(x)<0$，函数 $y=f(x)$单调递减，当 $x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)>0$，函数 $y=f(x)$单调递增，

…………………………………… 4分

所以 $x=e$ 是函数 $y=f(x)$的极小值点，无极大值点．…………………………………… 5分

(2)当 $x\geqslant1$ 时，$f(x)\geqslant-\ln x-2$ 恒成立，即当 $x\geqslant1$ 时，$(x+1)\ln x-ax+2\geqslant0$ 恒成立，……………… 6分

设 $F(x)=(x+1)\ln x-ax+2$，则 $F(1)=2-a\geqslant0$，$\therefore a\leqslant2$，…………………………………… 7分

$F'(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$，设 $g(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$，

$g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}$，…………………………………… 8分

$\because x\geqslant1$，$\therefore g'(x)\geqslant0$，$g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，$g(1)=2-a$，$g(x)\geqslant g(1)=2-a\geqslant0$，……………… 10分

$\therefore F'(x)=g(x)\geqslant0$，$\therefore F(x)$在$[1,+\infty)$是增函数，$\therefore F(x)\geqslant F(1)=2-a$，若 $F(x)\geqslant0$ 恒成立，则 $a\leqslant2$，

所以 $x\geqslant1$ 时，$f(x)\geqslant\ln x-2$ 恒成立，a 的取值范围为$(-\infty,2]$．…………………………………… 12分

21.**解**：(1)$f(x)$，$g(x)$的定义域为 $x\in(0,+\infty)$．

设函数 $f(x)$的零点为 x_0，$x_0>0$，则 $x_0+\ln x_0=0$，$\ln x_0=-x_0$，$e^{-x_0}=x_0$，$e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$．…………………… 3分

$g(x_0)=e^{x_0}\ln x_0+a=\dfrac{1}{x_0}\times(-x_0)+a=-1+a$，因为函数 $f(x)$的零点是函数 $g(x)$的零点，所以 $g(x_0)=0$，

因此 $a=1$．…………………………………… 6分

(2)由(1)知 $g(x)=e^x\ln x+1$，$g'(x)=e^x\ln x+e^x\cdot\dfrac{1}{x}=e^x\left(\ln x+\dfrac{1}{x}\right)$，令 $h(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$，则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}$，令 $h'(x)>0$，得 $x>1$，令 $h'(x)<0$，则 $0<x<1$，所以 $h(x)$在$(0,1)$是减函数，在$(1,+\infty)$是增函数．

…………………………………… 8分

所以 $h(x)$有最小值 $h(1)=1>0$，即 $h(x)>0$，

于是 $g'(x)=e^x h(x)>0$，所以 $g(x)$在$(0,+\infty)$是增函数，

由 $g\left(\dfrac{1}{e}\right)=e^{\frac{1}{e}}\ln\dfrac{1}{e}+1=1-e^{\frac{1}{e}}<1-e^0=0$，$g(1)=1>0$，所以 $g(x)$有唯一零点．……………………… 12分

22.**解**：(1)$\rho=\dfrac{1-m}{\cos\theta-m\sin\theta}$可化为 $\rho\cos\theta-\rho m\sin\theta=1-m$，把 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入，得 $x-my-1+m=0$，

所以曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x-my-1+m=0(m\neq1)$. ………………………………………………… 5 分

(2)把 $\begin{cases}x=4t^2\\y=4t\end{cases}$ 代入 $x-my-1+m=0$，得 $4t^2-4mt-1+m=0$，$\Delta=16m^2-16(-1+m)=16(m^2-m+1)=$

$16\left[\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]>0$，设 $A(4t_1^2,4t_1)$，$B(4t_2^2,4t_2)$，所以 $t_1+t_2=m$，$t_1\cdot t_2=\frac{m-1}{4}$，$k_1=\frac{1}{t_1}$，$k_2=\frac{1}{t_2}$，

$|k_1-k_2|=\left|\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_2}\right|=\left|\frac{t_2-t_1}{t_1t_2}\right|=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{4\sqrt{m^2-m+1}}{|m-1|}=4\sqrt{\frac{m^2-m+1}{(m-1)^2}}$，

令 $m-1=n$，则 $m=n+1$，$|k_1-k_2|=4\sqrt{\frac{n^2+n+1}{n^2}}=4\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{1}{n}+1}=4\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\geqslant2\sqrt{3}$，

当 $\frac{1}{n}=-\frac{1}{2}$，即 $n=-2$，$m=-1$ 时，此时 $|k_1-k_2|$ 有最小值 $2\sqrt{3}$. ………………………………………… 10 分

23.(1)解：$a=2b+c\geqslant2\sqrt{2bc}$，又 $abc=1$，所以 $bc=\frac{1}{a}$，于是 $a\geqslant2\sqrt{\frac{2}{a}}$，………………………………………… 2 分

两边平方，得 $a^2\geqslant\frac{8}{a}$，$a^3\geqslant8$，$a\geqslant2$，当 $2b=c$ 时，等号成立，a 有最小值 2. ………………………………… 5 分

(2)证明：由 $abc=1$，得 $\frac{1}{bc}+\frac{2}{ac}+\frac{1}{ab}=\frac{abc}{bc}+\frac{2abc}{ac}+\frac{abc}{ab}=a+2b+c=a+b+b+c$，………………………… 6 分

又因为 $a+b\geqslant2\sqrt{ab}$，$b+c\geqslant2\sqrt{bc}$，所以 $a+b+b+c\geqslant2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}$，

根据 $abc=1$，得 $ab=\frac{1}{c}$，$bc=\frac{1}{a}$，………………………………………………………………………… 8 分

所以 $2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}=\frac{2}{\sqrt{c}}+\frac{2}{\sqrt{a}}$，

因此有 $a+b+b+c\geqslant\frac{2}{\sqrt{c}}+\frac{2}{\sqrt{a}}$，于是 $\frac{1}{bc}+\frac{2}{ac}+\frac{1}{ab}\geqslant\frac{2}{\sqrt{a}}+\frac{2}{\sqrt{c}}$，当且仅当 $a=b=c$ 时，等号成立. ………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。