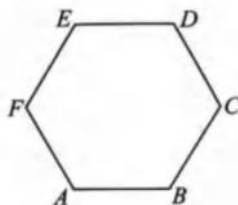


6. 20世纪30年代, 数学家柯布和经济学家保罗·道格拉斯共同提出一个生产函数理想模型: $Q = AK^\alpha L^{1-\alpha}$. 其中 Q 表示收益(产值), K 表示资本投入, L 表示劳动投入; A 为一个正值常数, 可以解释为技术的作用; $\alpha \in (0, 1)$, 表示资本投入在产值中占有的份额, $1-\alpha$ 表示劳动投入在产值中占有的份额. 经过实际数据的检验, 形成更一般的关系: $Q = AK^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$, $\alpha_1 \in (0, 1)$, $\alpha_2 \in (0, 1)$, 则
- A. 若 $\alpha_1 = 0.6$, $\alpha_2 = 0.5$, 则当所有投入增加一倍时, 收益增加多于一倍
 B. 若 $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.5$, 则当所有投入增加一倍时, 收益增加多于一倍
 C. 若 $\alpha_1 = 0.4$, $\alpha_2 = 0.6$, 则当所有投入增加一倍时, 收益增加小于一倍
 D. 若 $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.6$, 则当所有投入增加一倍时, 收益增加小于一倍
7. 已知 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} - 2$, 则 $\tan 2\alpha =$
- A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$
8. 已知两点 $A(0, 1)$, $B(b, e^b)$ 和曲线 $C: y = e^x$, 若 C 经过原点的切线为 l , 且直线 $AB \parallel l$, 则
- A. $-1 < b < 0$ B. $0 < b < 1$ C. $1 < b < 2$ D. $2 < b < 3$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 如图, 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1, 则

- A. $\overline{FA} \cdot \overline{FC} = 1$
 B. $2\overline{BC} \cdot \overline{ED} = 1$
 C. $(\overline{ED} - \overline{EF}) \cdot \overline{BC} = 1$
 D. $(\overline{AE} + \overline{AD}) \cdot \overline{AB} = 1$



10. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{6}$, $BC = 2$, $\angle A = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积可以为
- A. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
11. 存在区间 D , 使得 $f(x) = ax^{\frac{3}{2}} - x + (a+1)x^{\frac{1}{2}} - a$ 在 D 上单调递增的一个充分条件是
- A. $a < -1$ B. $-1 < a < 0$ C. $a = 0$ D. $a > 0$
12. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足: $f(x+1) = 2 - f(x)$, $f(x+2) = 2 - f(-x)$, 则
- A. $f(x)$ 是偶函数 B. $f(x)$ 是周期为 2 的函数
 C. $f(2) = 1$ D. $f(\frac{1}{2}) = 2$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos 42^\circ, \sin 42^\circ)$, $\mathbf{b} = (\cos \theta, \sin \theta)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 θ 的值可以是_____.

14. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $x^2 + 4y^2 = 3$, 则 $\frac{1}{2}x + y$ 的最大值为_____.

15. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_n = 2a_n (n \geq 2)$, 若 $S_5 = 8$, 则 $a_6 =$ _____.

16. 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x|, & x \geq a, \\ \frac{x-2}{x-3}, & x < a \text{ 且 } x \neq 3. \end{cases}$ 当 $a = 2$ 时, $f(x)$ 的值域为_____; 若不存在 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_5 = -3$, $S_5 = 0$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_n S_n < 0$, 求 n .

18. (12分)

已知函数 $f(x) = 2 \sin x [\cos x - \cos(x + \frac{\pi}{2})] - 1$.

(1) 求 $f(\frac{\pi}{6})$;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, m)$ 上有极大值, 无极小值, 求 m 的取值范围.

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = 2(a \cos B - c)$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a \cos C = \sqrt{3}$, 且 $b = 1$, 求 c .

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{e^x}$, $f'(x)$ 是其导函数, 满足 $f(-1) + f'(-1) = 0$.

(1) 求 a 与 b 的关系;

(2) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, 证明: $f(|x|) \leq 1$.

21. (12分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 1$, $a_{2k}, a_{2k+1}, a_{2k+2} (k \in \mathbf{N}^*)$ 成等比数列, 且公比 $q_k = \frac{k}{k+1}$.

(1) 计算 a_4, a_6 , 并求 a_{2n} ;

(2) 若 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} < 1$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 求 a_1 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln(-x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 讨论 $g(x) = xf(ax) - e^{x-2}$ 的零点个数.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

