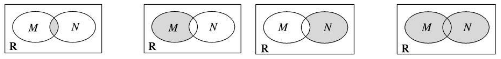
2024 年高考数学仿真模拟卷(八)（新高考专用）

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．(2023·潍坊模拟)已知集合 $M=\{x|x+1\geqslant 0\}$，$N=\{x|2^x<1\}$，则下列 Venn 图中阴影部分可以表示集合 $\{x|-1\leqslant x<0\}$ 的是(　　)



2．(2023·辽宁教研联盟调研)已知复数 z 满足 $z\cdot(1-\mathrm{i})^4=4+4\mathrm{i}$(其中 i 为虚数单位)，则 $\bar{z}$ 的值为(　　)

A．$-1-\mathrm{i}$　　B．$-1+\mathrm{i}$　　C．$1-\mathrm{i}$　　D．$1+\mathrm{i}$

3．(2023·大连模拟)已知随机变量 $X\sim N(2，\sigma^2)$，且 $P(X\leqslant 4)=0.84$，则 $P(0<X\leqslant 4)$等于(　　)

A．0.84　　B．0.68　　C．0.34　　D．0.16

4．(2023·岳阳模拟)已知直线 l，m 和平面α，β，若 $l\subset\alpha$，$\alpha\perp\beta$且$\alpha\cap\beta=m$，则“$l\perp m$”是“$l\perp\beta$”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．(2023·安徽五校联考)已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=1$，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=-1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，$\boldsymbol{c}=-2\boldsymbol{b}$.则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为(　　)

A.$\frac{\pi}{4}$　　B.$\frac{\pi}{3}$　　C.$\frac{3\pi}{4}$　　D.$\frac{\pi}{6}$

6．(2023·秦皇岛模拟)已知$\omega>0$，函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)-2$ 在区间$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上单调递减，则$\omega$的取值范围是(　)

A.$\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　B．$(0,2]$　　C.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]$　　D.$\left[\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right]$

7．(2023·淮北模拟)已知球 O 和正四面体 $A-BCD$，点 B，C，D 在球面上，底面 BCD 过球心 O，棱 AB，AC，AD 分别交球面于 B_1，C_1，D_1，若球的半径 $R=\sqrt{3}$，则所得多面体 $B_1C_1D_1-BCD$ 的体积为(　　)

A.$\frac{9\sqrt{2}}{8}$　　B.$\frac{9\sqrt{2}}{4}$　　C.$\frac{23\sqrt{2}}{12}$　　D.$\frac{13\sqrt{2}}{6}$

8．(2023·太原模拟)已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2+6x+5,x\leq -1\\ \frac{2(x+1)}{e^x},x>-1\end{cases}$ 若函数 $g(x)=[f(x)]^2-(m+2)f(x)+2m$ 恰有 5 个零点，则实数 m 的取值范围为(　　)

A．$(-1,2)$　　B．$(-1,0)$　　C.$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　D.$\left(\frac{1}{2},2\right)$

二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．(2023·株洲模拟)已知各项均为正数的等差数列$\{a_n\}$，若 $a_{n+1}>a_n$，则(　　)

A．$a_3+a_7=a_4+a_6$　　B．$a_3\cdot a_7>a_4\cdot a_6$

C．数列$\{a_{2n+1}\}$是等差数列　　D．数列$\{a_{2n}\}$是等比数列

10．(2023·厦门模拟)设 A，B 是一个随机试验中的两个事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{4}{5}$，$P(A\cup\overline{B})=\frac{7}{15}$，则(　　)

A．$P(A\overline{B})=\frac{1}{15}$　　B．$P(B|A)=\frac{3}{4}$

C．$P(\overline{B}|A)=P(\overline{B}|\overline{A})$　　D．$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=\frac{3}{5}$

11．(2023·秦皇岛模拟)函数 $f(x)$与 $g(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(x)g(x+2)=4$，$f(x)g(-x)=4$.若 $f(x)$的图象关于点(0,2)对称．则(　　)

A．$f(x)$的图象关于直线 $x=-1$ 对称

B.$\sum_{k=0}^{2023}f\left(k\right)=2\ 048$

C．$g(x)$的一个周期为 4

D．$g(x)$的图象关于点(0,2)对称

12．(2023·岳阳模拟)已知椭圆 C：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 $y=t(t\in(0,2))$与椭圆 C 交于 A，B 两点(其中 A 在 B 的左侧)，记$\triangle ABF_1$的面积为 S，则(　　)

A．$|F_1A|+|F_1B|=4\sqrt{2}$　　B．当 $AF_1\perp BF_1$ 时，$t=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C．S 的最大值为 $4\sqrt{2}$　　D．当$\angle F_1AF_2=\frac{\pi}{3}$时，$S=\frac{8}{3}$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．(2023·岳阳模拟)在$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2(1+x)^4$ 的展开式中 x^2 项的系数是________.

14．(2023·梅州模拟)半径为 2 的半圆卷成一个圆锥，则该圆锥的体积为________.

15．(2023·黄石模拟)函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，$f(\alpha)=\frac{8}{5}$，$\alpha\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，则 $\cos\alpha=$________.

16．(2023·长春模拟)已知圆 C 的圆心在抛物线 $x^2=2py(p>0)$上运动，且圆 C 过定点 $A(0，p)$，圆 C 被 x 轴所截得的弦为 MN，设$|AM|=m$，$|AN|=n$，则$\frac{m}{n}+\frac{n}{m}$的取值范围是________________.

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(10 分)已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_{n+1}=S_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

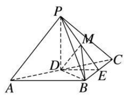
(2)在 a_n 与 a_{n+1} 之间插入 n 个数，使这 $n+2$ 个数组成一个等差数列，记插入的这 n 个数之和为 T_n，若不等式$(-1)^n\lambda<2-\frac{3n}{T_n}$对一切 $n\in\mathbf{N}^*$恒成立，求实数λ的取值范围；

18．(12 分)(2023·潮州模拟)在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，已知 $c=5$，$2b\cos C=2a-c$.

(1)求角 B 的大小；

(2)若△ABC 的面积为 $10\sqrt{3}$，设 D 是 BC 的中点，求$\dfrac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}$的值.

19．(12 分)(2023·江苏七市调研)如图，三棱锥 $P-ABC$ 的底面为等腰直角三角形，$\angle ABC=90°$，$AB=2.D$，E 分别为 AC，BC 的中点，$PD\perp$平面 ABC，点 M 在线段 PE 上.



(1)再从①，②，③，④四个条件中选择两个作为已知，使得平面 $MBD\perp$平面 PBC，并给予证明；

(2)在(1)的条件下，求直线 BP 与平面 MBD 所成角的正弦值.

条件①：$PD=\sqrt{2}$；

条件②：$\angle PED=60°$；

条件③：$PM=3ME$；

条件④：$PE=3ME$.

20．(12 分)(2023·怀化模拟)某新华书店将在六一儿童节进行有奖促销活动，凡在该书店购书达到规定金额的小朋友可参加双人 PK 赢取“购书券”的游戏．游戏规则为：游戏共三局，每局游戏开始前，在不透明的箱中装有 5 个号码分别为 1,2,3,4,5 的小球(小球除号码不同之外，其余完全相同)．每局由甲、乙两人先后从箱中不放回地各摸出一个小球．若双方摸出的两球号码之差为奇数，则甲被扣除 2 个积分，乙增加 2 个积分；若号码之差为偶数，则甲增加 $n(n\in\mathbf{N}^*)$个积分，乙被扣除 n 个积分．PK 游戏开始时，甲、乙的初始积分均为零，PK 游戏结束后，若双方的积分不等，则积分较大的一方视为获胜方，将获得“购书券”奖励；若双方的积分相等，则均不能获得奖励.

(1)设 PK 游戏结束后，甲的积分为随机变量ξ，求ξ的分布列；

(2)以(1)中的随机变量ξ的均值为决策依据，当游戏规则对甲获得“购书券”奖励更为有利时，记正整数 n 的最小值为 n_0.

①求 n_0 的值，并说明理由；

②当 $n=n_0$ 时，求在甲至少有一局被扣除积分的情况下，甲仍获得“购书券”奖励的概率.

21．(12 分)(2023·荆门联考)已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 l：$x=1$，l 与 x 轴交于点 H，l 与双曲线 C 的一条渐近线交于点 T，且$\overrightarrow{HF_1}+3\overrightarrow{HF_2}=\mathbf{0}$，$\overrightarrow{TF_1}\cdot\overrightarrow{TF_2}=-2$.

(1)求双曲线 C 的方程；

(2)设过点 H 与 x 轴不重合的直线交双曲线 C 于 A，B 两点，直线 AF_2，BF_2 分别交 l 于点 M，N，求证：$|HM|=|HN|$.

22．(12 分)(2023·潮州模拟)已知函数 $f(x)=ax^2-x-\ln x$.

(1)当 $a=1$ 时，求 $f(x)$的单调区间；

(2)若函数 $f(x)$在定义域内有两个零点 x_1，x_2.

①求实数 a 的取值范围；

②证明：$f(x_1+x_2)>2-\ln(x_1+x_2)$.