

学校: _____ 班级: _____ 姓名: _____ 考号: _____ 座号: _____

试卷类型: A

山东普高大联考 11 月联合质量测评试题

高三数学

2023.11

本卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项:

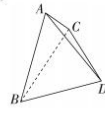
1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上的对应的答题区域内, 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - 2x < 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | 0 \leq \log_2(x+1) \leq 2\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 复数 z 满足 $(1+i)z = 2\sqrt{2}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
3. 已知圆锥的表面积为 12π , 其侧面展开图的圆心角是 $\frac{2\pi}{3}$, 则圆锥的高为 ()
A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{3}$
4. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\tan 2\alpha = -\frac{4}{3}$, 则 $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}{\cos(\alpha + \frac{3\pi}{4})} =$ ()
A. $-\frac{1}{3}$ B. -3 C. 3 D. $\frac{1}{3}$
5. $\triangle ABC$ 中, $\cos A = -\frac{1}{2}$, $\vec{BA} \cdot \vec{CA} = -2$, 则边 BC 上中线的最小值为 ()
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

高三数学试题 第 1 页 (共 4 页)

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $p: \frac{\sin A}{\sin C} = \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{\sin C}{\sin B} \cdot q: \cos A = \cos B$. 则 p 是 q 的 ()
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
 7. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有且仅有 4 个极大值点, 则实数 ω 的可能取值为 ()
A. 3 B. 5 C. 7 D. 9
 8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x+1) - f(3-x) = 0$, $f(x+1)$ 关于点 $(0, 2)$ 对称, 则 $f(4.047) =$ ()
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
- 二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。
9. 已知 a, b 为正实数, 且 $ab + a + b = 8$, 则 ()
A. ab 的最大值为 4 B. $a + b$ 的最小值为 2
C. $2^{a-b} < 2^8$ D. $\log_2 a > \log_2 b$
 10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , $S_1 = 4, S_2 = 8, 4S_n = S_{n+1} + 4S_{n-1} (n \geq 2)$, 则下列说法正确的是 ()
A. $S_5 = 512$ B. $\{a_n\}$ 是等比数列
C. $a_n = \begin{cases} 4, & n=1 \\ 2^{n+1} - 4, & n \geq 2 \end{cases}$ D. $a_n = \begin{cases} 4, & n=1 \\ 2^n, & n \geq 2 \end{cases}$
 11. 已知 $\log_2 x = \log_3 y = \log_5 z$, 则下列不等式可能成立的是 ()
A. $0 < z < y < x < 1$ B. $1 < z < y < x$
C. $0 < z < x^2 < y < 1$ D. $1 < y < z < x^2$
 12. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AC = 3, \triangle BCD$ 是边长为 2 的正三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 BCD , 点 P 满足 $\vec{BP} = \lambda \vec{BC} + \mu \vec{BA}, \lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1]$, 则 ()
A. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, $\triangle PCD$ 的面积为定值
B. 当 $\mu = 0$ 时, $|DP|$ 的长度最小为 $\sqrt{3}$
C. 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时, 存在点 P , 使得 $BP \perp DP$
D. 当 $2\lambda + \mu = 1$ 时, 存在点 P , 使得 $DP \perp$ 平面 ABC



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (2\lambda + 1, 2\lambda), \vec{b} = (\lambda - 1, \lambda)$, 若向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 共线, 则实数 λ 的值为 _____。

高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)



14. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f'(x)$ 是偶函数, $f'(0) = 2, f'(2) = 0$. 写出一个满足条件的函数 $f(x) =$ _____.

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = -\frac{11}{4}, a_3 = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} =$ _____.

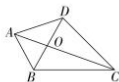
16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{x-1}, & x > 0 \text{ 且 } x \neq 1, \\ -f(-x), & x < 0 \text{ 且 } x \neq -1, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f^2(x) - mf(x) - e^4$ 有 4 个零点, 则实数 m 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, BD 与 AC 交于点 O , $\cos \angle ABC < 0$, 且 $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \angle BAC}$.

(1) 求 $\angle ABC$;

(2) 若 $AB = 2, AC = 2\sqrt{7}, \frac{BC}{BA} = \frac{CO}{AO}$, $\triangle BCD$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 求边 CD 的长.



18. (12 分) 已知函数 $f(x) = -3x + \ln x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对 $\forall x \in (0, +\infty), f(x) \leq ax^2 - 3x$ 恒成立. 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, $|a_n|$ 前 n 项和记为 S_n , 且满足对 $\forall n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $2S_n = n^2 + n$.

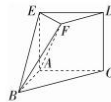
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 3^n - 1$, 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{b_{n+1} + 1}{b_n \cdot b_{n+1}}$, 求证: $c_1 + c_2 + \dots + c_n < \frac{3}{4}$.

20. (12 分) 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ACDE$ 是正方形, 四边形 $FDBC$ 是梯形, DF 与 BC 为梯形上底与下底, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 直线 $AE \perp$ 平面 ABC , $AB = AC = \sqrt{2}EF = \sqrt{2}DF = 2$.

(1) 求证: 平面 $BFD \perp$ 平面 BEF ;

(2) 求平面 ABF 与平面 EBF 夹角的余弦值.



21. (12 分) 某地区 2022 年产生的非环保垃圾排放量为 100 万吨, 为了改善环境, 该地政府采取了一系列整改措施. 预计从 2023 年开始, 连续五年, 该地区每年非环保垃圾排放量比上一年减少 10 万吨, 从第六年开始, 非环保垃圾排放量比上一年减少 20%.

(1) 写出该地区从 2023 年开始的年非环保垃圾排放量与治理年数 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 之间的关系式;

(2) 设 M_n 为从 2023 年开始 n 年内非环保垃圾排放量的年平均量, 如果年平均量呈逐年下降趋势, 则认为现有的整改措施是有效的; 否则, 认为无效, 试判断现有的整改措施是否有效, 并说明理由.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{x+4a}, g(x) = 2\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 证明: $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}, +\infty\right), f(x) \geq g(x)$ 恒成立;

(2) 若对 $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}, +\infty\right)$, 不等式 $f(x) + g(x) \geq 2ax + 4 (a \in \mathbf{R})$ 恒成立, 求 a .

关于我们



自主选拔在线
微信号: zizzs

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

