

银川一中 2024 届高三年级第四次月考

数学（理科）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

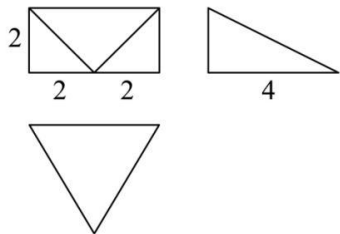
1. 设集合 $A = \{x | 0 < x < 5\}$, $B = \left\{x \left| \frac{x+1}{x-4} \leq 0 \right.\right\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[-1, 4]$ B. $[-1, 5)$ C. $(0, 4]$ D. $(0, 4)$

2. 复平面上，以原点为起点，平行于虚轴的非零向量所对应的复数一定是 ()

- A. 正数 B. 负数 C. 实部不为零的虚数 D. 纯虚数

3. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 ()



- A. 20 B. 32 C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{32}{3}$

4. “不以规矩，不能成方圆”出自《孟子·离娄章句上》. “规”指圆规，“矩”指由相互垂直的长短两条直尺构成的方尺，是古人用来测量、画圆和方形图案的工具. 敦煌壁画就有伏羲女娲手执规矩的记载（如图(1)）. 今有一块圆形木板，以“矩”量之，如图(2). 若将这块圆形木板截成一块四边形形状的木板，且这块四边形木板的一个内角 α 满足 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，则这块四边形木板周长的最大值为 ()



图(1)



图(2)

- A. 20cm B. $20\sqrt{2}$ cm C. $20\sqrt{3}$ cm D. 30cm

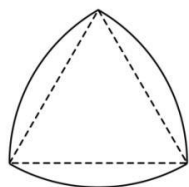
5. 若 $1 < \alpha < 3$, $-2 < \beta < 4$, 则 $\alpha - |\beta|$ 的取值范围是 ()

- A. $-3 < \alpha - |\beta| < 1$ B. $-3 < \alpha - |\beta| < 3$
C. $0 < \alpha - |\beta| < 3$ D. $-3 < \alpha - |\beta| < 5$

6. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (x, -1)$ 则“ $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ”是“ $x = 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. “莱洛三角形”是机械学家莱洛研究发现的一种曲边三角形, 它在许多特殊领域发挥了超常的贡献值. “莱洛三角形”是分别以正三角形的顶点为圆心, 以其边长为半径作圆弧, 由这三段圆弧组成的曲边三角形(如图所示). 现以边长为 4 的正三角形作一个“莱洛三角形”, 则此“莱洛三角形”的面积为 ()

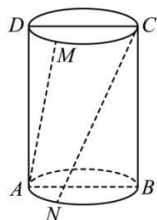


- A. $8\pi - 8\sqrt{3}$ B. $8\pi - 12\sqrt{3}$ C. $16\pi - 8\sqrt{3}$ D. $16\pi - 4\sqrt{3}$

8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2}{a_n} + 1$, 则 $a_9 =$ ()

- A. $\frac{1}{2^{10} - 1}$ B. $\frac{1}{2^9 - 1}$ C. $2^{10} - 1$ D. $2^9 - 1$

9. 如图, 圆柱的轴截面为矩形 $ABCD$, 点 M, N 分别在上、下底面圆上, $\vec{NB} = 2\vec{AN}$, $\vec{CM} = 2\vec{MD}$, $AB = 2$, $BC = 3$, 则异面直线 AM 与 CN 所成角的余弦值为 ()

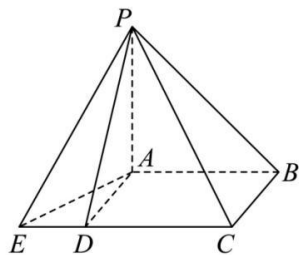


- A. $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{30}}{20}$

10. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_7 > 0$, $a_6 + a_9 < 0$ 则 ()

- A. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列 B. $a_8 < 0$
C. S_n 的最大值为 S_8 D. $S_{14} > 0$

11. 银川一中的小组合作学习模式中, 每位参与的同学都是受益者, 以下这道题就是小组里最关心你成长的那位同桌给你准备的: 中国古代数学经典《九章算术》系统地总结了战国秦、汉时期的数学成就, 书中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马, 将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑. 如图为一个阳马与一个鳖臑的组合体, 已知 $PA \perp$ 平面 $ABCE$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $AD = 2$, $ED = 1$, 若鳖臑 $P-ADE$ 的外接球的体积为 $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$, 则阳马 $P-ABCD$ 的外接球的表面积等于 ()



- A. 15π B. 16π C. 17π D. 18π

12. 若曲线 $y = \ln x$ 与曲线 $y = x^2 + 2x + a (x < 0)$ 有公切线, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\ln 2 - 1, +\infty)$ B. $[-\ln 2 - 1, +\infty)$
C. $(-\ln 2 + 1, +\infty)$ D. $[-\ln 2 + 1, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \geq 4, \\ x - y \leq 2, \\ y \leq 4, \end{cases}$ 则 $z = -2x + y$ 的最大值为_____.

14. 已知偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4) = f(x) + 2f(2)$, 则 $f(2022) =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 3$, 则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值为_____.

16. 将函数 $y = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 再把图象上的所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega} (\omega > 0)$ 倍,

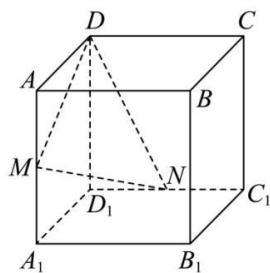
纵坐标不变, 得到函数 $f(x)$, 已知函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题:

17. 如图, 在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 AA_1, C_1D_1 的中点, 过 D, M, N

三点的平面与正方体的下底面 $A_1B_1C_1D_1$ 相交于直线 l .



(1) 画出直线 l 的位置, 保留作图痕迹, 不需要说明理由;

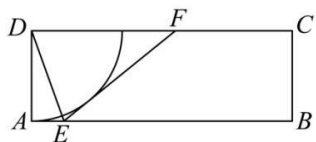
(2) 求三棱锥 $D-MNA$ 的体积.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 满足 $a_1=3$, $a_4=24$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=4$, $b_4=22$, 设 $c_n=a_n-b_n$, 且 $\{c_n\}$ 是等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\{b_n\}$ 的通项公式和前 n 项和 T_n . 公众号: 全元高考

19. 为践行两会精神, 关注民生问题, 某市积极优化市民居住环境, 进行污水排放管道建设. 如图是该市的一矩形区域地块 $ABCD$, $AB=30\text{m}$, $AD=15\text{m}$, 有关部门划定了以 D 为圆心, AD 为半径的四分之一圆的地块为古树保护区. 若排污管道的入口为 AB 边上的点 E , 出口为 CD 边上的点 F , 施工要求 EF 与古树保护区边界相切, EF 右侧的四边形 $BCFE$ 将作为绿地保护生态区. ($\sqrt{3} \approx 1.732$, 长度精确到 0.1m , 面积精确到 0.01m^2)



(1) 若 $\angle ADE=30^\circ$, 求 EF 的长;

(2) 当入口 E 在 AB 上什么位置时, 生态区的面积最大? 最大是多少?

20. 已知向量 $\vec{a}=(2\cos x, \cos 2x+1)$, $\vec{b}=(\sin(x+\frac{\pi}{6}), -1)$. 设函数 $f(x)=\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式及其单调递增区间;

(2) 将 $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 图象, 若方程 $2g(x)-1=n$ 在 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 上有两个不同的解 x_1, x_2 , 求实数 n 的取值范围, 并求 $\sin 2(x_1+x_2)$ 的值.

21. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + 1, a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $\exists x > 0$, 使得 $f(x) \geq 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围; 公众号: 全元高考 (2) 证明: 对任意的

$$k \in \mathbf{N}^*, \frac{1^2+2}{1^2+1} \times \frac{2^2+3}{2^2+2} \times \frac{3^2+4}{3^2+3} \times \cdots \times \frac{k^2+k+1}{k^2+k} < e, e \text{ 为自然对数的底数.}$$

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一道作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = t + \frac{3}{t} \\ y = t - \frac{3}{t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴

建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{2\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$.

(1) 求 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若点 P 是 C 上的一点, 求点 P 到直线 l 的距离的最小值.

【选修 4-5: 不等式选讲】

23. 已知函数 $f(x) = |x-2| + |x+2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 2x+4$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 k , 且实数 a, b, c , 满足 $a(b+c) = k$, 求证: $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 8$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线