

重庆市高 2023 届高三第七次质量检测

数学试题

2023.3

命审单位:重庆南开中学

注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

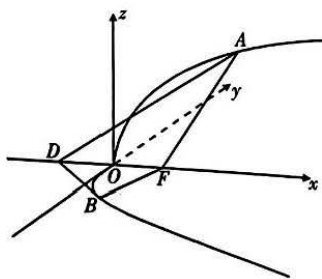
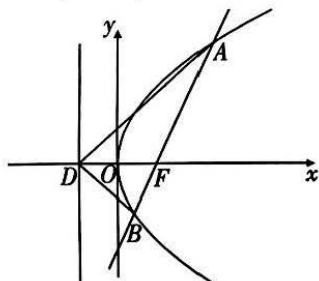
一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求。

1. 已知函数 $f(x) = 3x - 1$ 的定义域 $A = \{2, 5, a\}$, 值域 $B = \{14, 41, b\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{2, 5\}$ B. $\{5, 14\}$ C. $\{2, 14\}$ D. $\{1, 2\}$
2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, 3)$, 若向量 $\vec{a} + t\vec{b}$ 与 \vec{a} 垂直, 则实数 $t =$
 A. $-\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $-\frac{5}{8}$ D. $\frac{5}{8}$
3. 已知方程 $x^2 + ax + b = 0 (a, b \in \mathbf{R})$ 在复数范围内有一根为 $2 + 3i$, 其中 i 为虚数单位, 则复数 $z = a + bi$ 在复平面上对应的点在
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 如图, 生活中有很多球缺状的建筑. 球被平面截下的部分叫做球缺, 截面叫做球缺的底面, 球缺的曲面部分叫做球冠, 垂直于截面的直径被截后的线段叫做球缺的高. 球冠面积公式为 $S = 2\pi RH$, 球缺的体积公式为 $V = \frac{1}{3}\pi(3R - H)H^2$, 其中 R 为球的半径, H 为球缺的高. 现有一个球被一平面所截形成两个球缺, 若两个球冠的面积之比为 $1:2$, 则这两个球缺的体积之比为
 A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{11}{20}$ C. $\frac{7}{20}$ D. $\frac{3}{10}$
5. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $xy + 2x + y = 6$, 则 $2x + y$ 的最小值为
 A. 4 B. 6 C. 8 D. 12
6. 已知 $a = \log_3 5, b = \log_2 \sqrt{8}, c = \sqrt{e}$, 则 a, b, c 的大小关系为
 A. $a < c < b$ B. $b < c < a$
 C. $c < a < b$ D. $a < b < c$
7. 已知角 α, β 满足 $\tan \alpha = \frac{1}{3}, \sin \beta = 2\cos(\alpha + \beta)\sin \alpha$, 则 $\tan \beta =$
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知 $(1+x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_6 =$ _____ . (用数字作答)
14. 将函数 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象上每个点的横坐标扩大为原来的两倍(纵坐标保持不变),再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,则函数 $g(x)$ 在 $x \in [0, \pi]$ 的值域为 _____ .
15. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + 1}$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,若不等式 $f(mf(x)) + f(2^x - 1 - a) \leq 0$ 对任意的 $x \in (-\infty, 1]$ 恒成立,则实数 m 的取值范围是 _____ .
16. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线交 x 轴于点 D , 过点 F 作倾斜角为 θ (θ 为锐角) 的直线交抛物线于 A, B 两点, 如图, 把平面 ADF 沿 x 轴折起, 使平面 $ADF \perp$ 平面 BDF , 则三棱锥 $A-BDF$ 体积为 _____ ; 若 $\theta \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$, 则异面直线 AD, BF 所成角的余弦值取值范围为 _____ .



四、解答题:本题共6小题,共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 都是正项数列, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, n \in \mathbf{N}^*$, 且满足 $2S_n = a_n(a_n + 1)$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1 + 1, b_1 + b_2 = b_3 - 2$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 记数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和为 M_n , 求满足不等式 $M_n > 520$ 的自然数 n 的最小值.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, 且 $\frac{b}{\sin A + \sin C} = \frac{a - c}{\sin B - \sin C}$.

(1) 求角 A 的大小;

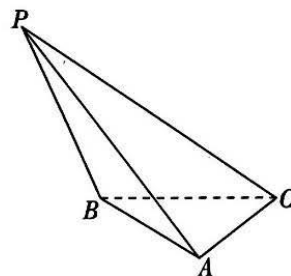
(2) 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 若 $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, 求 $\frac{|\overline{AM}|^2}{S}$ 的最小值.

19. 有一种水果,在成熟以后进行装箱,每一箱 10 个. 根据以往经验,该种水果每箱含有 0,1,2 个坏果的概率分别为 $\frac{4}{5}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20}$.

- (1) 现随机取三箱该水果,求三箱水果中坏果总数恰有 2 个的概率;
(2) 现随机打开一箱该水果,并从中任取 2 个,设 X 为坏水果的个数,求 X 的分布列及期望.

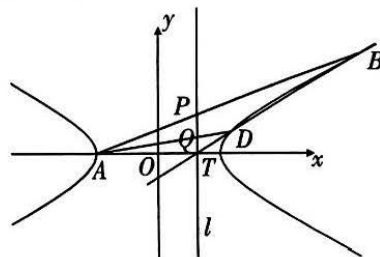
20. 如图,三棱锥 $P-ABC$ 满足: $PC=4, AB=2\sqrt{2}, \angle PBC = \angle PAC = \angle ACB = \frac{\pi}{2}, BC=AC$;

- (1) 求证: $PC \perp AB$;
(2) 若 D 为 BC 中点,求二面角 $A-PD-C$ 的平面角的正弦值.



21. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左顶点为 $A(-2, 0)$, 点 M 为双曲线上一动点,且 $|MF_1|^2 + |MF_2|^2$ 的最小值为 18, O 为坐标原点.

- (1) 求双曲线 C 的标准方程;
(2) 如图,已知直线 $l: x=m$ 与 x 轴的正半轴交于点 T ,过点 T 的直线交双曲线 C 右支于点 B, D , 直线 AB, AD 分别交直线 l 于点 P, Q ,若 O, A, P, Q 四点共圆,求实数 m 的值.



22. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^{ax}}, x \in (0, \pi)$.

- (1) 当 $a=1$ 时,求函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若 $1 < a < 1 + \sqrt{2}$, 设直线 l 为 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, f(\frac{\pi}{4}))$ 处的切线,且 l 与 $y=f(x)$ 的图像在 $(0, \pi)$ 内有两个不同公共点,求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

