

学校  
班级  
姓名  
考号

绝密★启用前

## 普高联考 2023—2024 学年高三测评(三)

### 数 学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- $|\frac{2+i}{1+2i}| =$   
A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C. 2                      D.  $\sqrt{5}$
- 设全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{y | y = \sin x, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{y | y = \frac{1}{2x}, x > 0\}$  则  $\mathbb{C}_U(A \cup B) =$   
A.  $(0, +\infty)$               B.  $(-\infty, -1)$               C.  $[-1, 1]$               D.  $[-1, +\infty)$
- $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), \cos x > 2x - x^2 - 1$  的否定为  
A.  $\exists x \in (0, \frac{\pi}{2}), \cos x \leq 2x - x^2 - 1$               B.  $\exists x \notin (0, \frac{\pi}{2}), \cos x \leq 2x - x^2 - 1$   
C.  $\forall x \notin (0, \frac{\pi}{2}), \cos x > 2x - x^2 - 1$               D.  $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), \cos x \leq 2x - x^2 - 1$
- 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $2B = A + C, b = 2$ , 则  $\triangle ABC$  外接圆的半径为  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 据国家航天局表明, 神舟十六号载人飞船将在今年 11 月左右返回地球。在返程过程中飞船与大气摩擦产生摩擦力  $f$ , 经研究发现摩擦力  $f$  与飞船速度  $v$  有关, 且满足  $f(v) = \frac{10G}{1 + e^{-0.6v(\frac{1}{v_0} + 0.27)}}$ , 其中  $G$  为飞船重力,  $v_0$  为飞船初速度。已知当  $f(v) = G$  时, 飞船将达到平衡状态, 开始匀速运动, 则飞船达到平衡状态时,  $v \approx (\ln 3 \approx 1.1)$   
A.  $2.9v_0$                       B.  $3.0v_0$                       C.  $3.1v_0$                       D.  $3.2v_0$

普高联考 2023—2024 学年高三测评(三) 数学 第 1 页(共 4 页)

6. 线段  $AB$  的长度为 6,  $C, D$  为其三等分点 ( $C$  靠近  $A, D$  靠近  $B$ ), 若  $P$  为线段  $AB$  外一点, 且满足  $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD} = 0$ , 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$

- A. 36                      B. -36                      C. -8                      D. 8

7. 已知函数  $f(x) = x^2 + x, g(x) = a^x + x (a > 1), h(x) = \log_a x + x (a > 1)$  的零点分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则

- A.  $\gamma < \alpha < \beta$               B.  $\alpha\beta\gamma > a$               C.  $\beta + \gamma > \alpha$               D.  $\alpha + \beta + \gamma < a - 1$

8. 已知  $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) (\omega \in \mathbb{N})$  的图象与直线  $y = a$  在区间  $[0, \pi]$  上存在两个交点, 则当  $\omega$  最大时, 曲线  $y = f(x)$  的对称轴为

- A.  $x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$                       B.  $x = \frac{\pi}{30} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$   
C.  $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$                       D.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设向量  $a = (1, 5), b = (4, -6)$ , 则

- A.  $(a+b) \perp a$                       B.  $(a-b) \perp b$   
C.  $(4a-2b) \parallel (\frac{1}{2}b-a)$                       D.  $(\frac{1}{3}a+2b) \parallel (2a+6b)$

10. 已知正数  $a, b$  满足  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 2$ , 则

- A.  $a+2b \geq 6$                       B.  $a+b \geq \frac{3}{2} + \sqrt{2}$   
C.  $ab \geq 2$                       D.  $a^2+4b^2 \geq 8$

11. 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi) (|\varphi| < \frac{\pi}{2})$  的导函数  $f'(x)$  的图象经过点  $(\frac{\pi}{12}, 2)$ , 记  $g(x) =$

$f(x + \frac{\pi}{4})$ , 则

- A.  $f'(x)$  在  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减  
B.  $g(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$   
C.  $g(x)$  的图象在  $[-\pi, \pi]$  内有 5 个对称轴  
D.  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$

12. 已知定义域为  $\mathbb{R}$  的函数  $f(x)$  满足  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y) - f(2-x) \cdot f(2-y)$ , 且  $f(0) \neq 0, f(-2) = 0$ , 则

- A.  $f(2) = 1$                       B.  $f(x)$  是偶函数  
C.  $[f(x)]^2 + [f(2+x)]^2 = 1$                       D.  $\sum_{i=1}^{2023} f(i) = 1 (i \in \mathbb{Z})$

普高联考 2023—2024 学年高三测评(三) 数学 第 2 页(共 4 页)



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若  $2\bar{z} = \frac{i}{1+i}$ , 则  $z$  在复平面内对应的点位于第\_\_\_\_\_象限.
14. 已知向量  $m = (2, t)$ ,  $n = (t-3, t-1)$ , 若  $m \perp n$ , 则  $m$  与  $m-n$  夹角的余弦值为\_\_\_\_\_.
15. 若  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin \theta - \cos \theta}{1 - \sin 2\theta}$ , 则  $\tan \theta =$ \_\_\_\_\_.
16. 过点  $(2, 1)$  作曲线  $f(x) = \ln(x+1) - x$  的切线, 则切线的条数为\_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分) 在  $\triangle ABC$  中,  $E$  为  $AC$  的中点,  $D$  为边  $BC$  上靠近点  $B$  的三等分点.
- (1) 分别用向量  $\vec{AB}, \vec{AD}$  表示向量  $\vec{AC}, \vec{BE}$ ;
- (2) 若点  $N$  满足  $4\vec{AN} + 2\vec{AB} = 3\vec{AC}$ , 证明:  $B, N, E$  三点共线.
18. (12分) 已知复数  $z = m + 2 + (m-2)i$  ( $m \in \mathbb{R}$ ),  $\bar{z}$  为  $z$  的共轭复数, 且  $z + \bar{z} = 6$ .
- (1) 求  $m$  的值;
- (2) 若  $z - 3i$  是关于  $x$  的实系数一元二次方程  $x^2 + ax + b = 0$  的一个根, 求该一元二次方程的另一复数根.

19. (12分) 在①  $\cos A = \frac{2c-a}{2b}$ , ②  $b \cos C = (2a-c) \cos B$  中任选一个作为已知条件, 补充在下列问题中, 并作答.
- 问题: 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知\_\_\_\_\_.
- (1) 求  $B$ ;
- (2) 若  $\triangle ABC$  的外接圆半径为 2, 且  $\cos A \cos C = -\frac{1}{8}$ , 求  $ac$ .
- 注: 若选择不同的条件分别解答, 则按第一个解答计分.

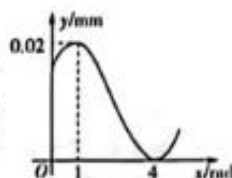
20. (12分) 我国核电建设占全球在建核电机组的 40% 以上, 是全球核电在建规模最大的国家. 核电抗飞防爆结构是保障核电工程安全的重要基础设施, 为此国家制定了一系列核电钢筋混凝土施工强制规范, 连接技术全面采用 HRB500 高强钢筋替代 HRB400 及以下钢筋. 某项目课题组针对 HRB500 高强钢筋的现场加工难题, 对螺纹滚道几何成形机理进行

普高联考 2023—2024 学年高三测评(三) 数学 第3页(共4页)

了深入研究,研究中发现某 S 型螺纹丝杠旋铣的滚道径向残留高度  $y$  (单位: mm) 关于滚道径向方位角  $x$  (单位: rad) 的函数  $y=f(x)$  近似地满足  $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ , 其图象的一部分如图所示.

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 为制造一批特殊钢筋混凝土, 现需一批滚道径向残留高度不低于 0.015 mm 且不高于 0.02 mm 的钢筋, 若这批钢筋由题中这种 S 型螺纹丝杠旋铣制作, 求这种 S 型螺纹丝杠旋铣能制作出符合要求的钢筋的比例.

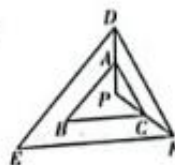


21. (12 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\frac{\cos 2\angle BAC - 1}{\sin 2\angle BAC} = \tan(\angle ACB + \frac{\pi}{4})$ ,  $\triangle DEF$

在  $\triangle ABC$  的外部,  $\angle ABC = \angle DEF, AC = \sqrt{2}$ .

(1) 求  $\angle ABC$ ;

(2) 若  $DA$  与  $FC$  的延长线交于点  $P$ , 且  $\vec{PA} = \vec{AD}, \vec{PC} = \frac{1}{2}\vec{PF}$ , 求  $\triangle DEF$  面积的最大值.



22. (12 分) 已知函数  $f(x) = \ln(\sin x) - e^{\sin x}, x \in (0, \frac{\pi}{2}]$ .

(1) 判断是否存在  $x$ , 使得  $f(x) > -2e^{e^{\sin x} - 1} - \frac{1}{2}$ , 若存在, 求出  $x$  的值; 若不存在, 请说明理由;

(2) 讨论  $f(x)$  的单调性.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线