

淮安市高中校协作体2023~2024学年度第一学期高三年级期中联考
数学试卷

考试时间：120分钟 总分：150分 命题人：

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共计40分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的）

- 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 4 < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
 A. $\{0, 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{x | -1 < x \leq 2\}$
- 如果 x, y 是实数, 那么“ $x=y$ ”是“ $\cos x = \cos y$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知函数 $f(x) = 3f'(1)x - x^2 + \ln x + \frac{1}{2}$ ($f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数), 则 $f'(1) = (\quad)$
 A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- 已知 $f(x) = e^x$, 若 $a > 0, b > 0$, 且 $f(a) \cdot f(2b) = e^2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 ()
 A. 9 B. $\frac{9}{2}$ C. 3 D. 1
- 已知 $\sin \alpha = 2 \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$, 则 $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = (\quad)$
 A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3
- 我国古代数学家刘徽在《九章算术注》中提出割圆术：“割之弥细，所失弥少，割之割，以至于不可割，则与圆合体，而无所失矣”，即通过圆内接正多边形细割圆，并使正多边形的面积无限接近圆的面积，进而求得较为精确的圆周率.如果用圆的内接正 n 边形逼近圆，算得圆周率的近似值记为 π_n , 那么用圆的内接正 $2n$ 边形逼近圆，算得圆周率的近似值 π_{2n} 可表示成 ()
 A. $\frac{\pi_n}{\sin \frac{360^\circ}{n}}$ B. $\frac{\pi_n}{\cos \frac{360^\circ}{n}}$ C. $\frac{\pi_n}{\sin \frac{180^\circ}{n}}$ D. $\frac{\pi_n}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 是正项等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 a_n$. 若 $a_2 a_5 a_8 = 2^9$, 则 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_9 = (\quad)$
 A. 24 B. 27 C. 36 D. 40
- 若函数 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f'(x) < 2x$, 则不等式 $f(3x-1) - f(2) > (3x-3)(3x+1)$ 的解集为 ()
 A. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{3}, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3})$

二、多项选择题（本大题共4小题，每小题5分，共计20分。全部选对得5分，

部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所

示, 则 ()

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

C. $f(x) = 2 \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ D. $\frac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一个零点

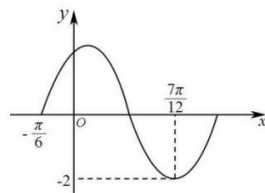
10. 已知 $\log_2 a > \log_2 b > 1$, 则下列不等式恒成立的是 ()

A. $2^a > 2^b$

B. $a^2 > b^2$

C. $a \ln b > b \ln a$

D. $\frac{1}{a} - b > \frac{1}{b} - a$



11. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 如果对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 都有 $\frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n} = k$ (k 为常数), 则称 $\{a_n\}$ 为等差比数列, k 称为公差比. 下列说法正确的是 ()

A. 等比数列一定是等差比数列

B. 等差比数列的公差比一定不为 0

C. 若 $a_n = -3^n + 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 是等差比数列

D. 若等差数列是等差比数列, 则其公差比可能为 2

12. 已知函数 $f(x) = \log_4(1 + 4^x) - \frac{1}{2}x$, 则下列说法中正确的是 ()

A. 函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数

D. 函数 $f(x)$ 的值域为 $[\frac{1}{2}, +\infty)$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分. 其中第 16 题共有 2 空, 第一个空 2 分, 第二个空 3 分; 其余题均为一空, 每空 5 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上)

13. “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x - a \geq 0$ ” 为真命题, 则实数 a 的最大值为 _____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 6, b = 5, c = 4$, 则 BC 边上的中线 AD 的长为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x - t)$ 的定义域是 $(m, m + 8)$, 则函数 $f(x)$ 的单调增区间为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}|x - 2|, & x > 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集为 _____,

若实数 a, b, c 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$ 且 $a < b < c$, 则 $a + 2b + c$ 的取值范围是 _____.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共计 70 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文

字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2c \cdot \cos C = b \cdot \cos A + a \cdot \cos B$.

- (1) 求角 C ; (2) 若 $a = 6, \cos A = -\frac{4}{5}$, 求 c .

18. (本题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_4 = -2, S_{10} = 25$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值.

19. (本题满分 12 分)

已知不等式 $\log_2(x+2) \leq \log_2(8-2x)$.

- (1) 求不等式的解集 A ;
(2) 若当 $x \in A$ 时, 不等式 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} - 4\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 \geq m$ 总成立, 求 m 的取值范围.

20. (本题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, _____.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{3}{2S_n + 7n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{3}{4}$.

从下列两个条件中任选一个作为已知, 补充在上面问题的横线中进行求解 (若两个都选, 则按所写的第 1 个评分):

① 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是以 $\frac{3}{2}$ 为公差的等差数列; ② $2na_{n+1} = 2S_n + 3n(n+1)$

21. (本题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \sin x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sqrt{3} \cos^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及 $f(x)$ 图象的对称轴;

(2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $f(A) = 0$, 且能盖住 $\triangle ABC$ 的最小圆的面积为 4π , 求 $AB + AC$ 的取值范围.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax - b$.

(1) 讨论 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的单调性;

(2) 若 $a > 0$, 过点 (a, b) 可作曲线 $f(x)$ 的 3 条切线, 求证: $-\frac{a^2}{2} < b < f(a)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

