

## 江苏省 2024 年普通高中学业水平合格性考试试卷 (4)

## 数学试题

## 注意事项：

1. 本试卷包含选择题-高考 Q 群 742926234-公众号：课标试卷(第 1 题～第 28 题，共 28 小题 84 分)、解答题(第 29 题～第 30 题，共 2 题 16 分)。考生答题全部答在答题卡上，答在本试卷上无效。本次考试时间 75 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并放在桌面，等待监考员收回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔填写在本试卷及答题卡上。

一、选择题-高考 Q 群 742926234-公众号：课标试卷：本大题共 28 小题，每小题 3 分，共计 84 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合  $A = \{-1, 1, 2\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ , 则  $A \cup B$  等于 ( )  
A.  $\{1\}$       B.  $\{-1, 0, 2\}$       C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       D.  $\emptyset$
2. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ , 则下列不等式中正确的是 ( )  
A.  $a < b$       B.  $a^2 b > ab^2$   
C.  $|a| > -b$       D.  $a < \frac{a+b}{2}$
3. 已知  $\frac{a-i}{1+i} = 3+2bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), 则  $a+b =$  ( )  
A. 3      B. 4      C. 5      D. 7
4. 已知  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ ,  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的均值为 6, 则  $x_5 =$  ( )  
A. 4      B. 5      C. 8      D. 10
5. 命题 “ $\forall m \in \mathbb{N}, \sqrt{m^2 + 1} \leq 0$ ” 的否定是 ( )  
A.  $\exists m_0 \notin \mathbb{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} \geq 0$       B.  $\exists m_0 \in \mathbb{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} > 0$   
C.  $\exists m_0 \in \mathbb{N}, \sqrt{m_0^2 + 1} \leq 0$       D.  $\forall m \in \mathbb{N}, \sqrt{m^2 + 1} > 0$
6.  $\cos\left(-\frac{45\pi}{4}\right) =$  ( ) A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C.  $-\frac{1}{2}$  D.  $\frac{1}{2}$
7. 函数  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{3-x}$  的定义域为 ( )  
A.  $[-1, +\infty)$       B.  $(-1, 3) \cup (3, +\infty)$   
C.  $(-1, 3)$       D.  $(-1, +\infty)$
8. 若将函数  $y = \tan x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位, 再将所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{3}$ , 则所得到的图象对应的函数表达式为 ( )

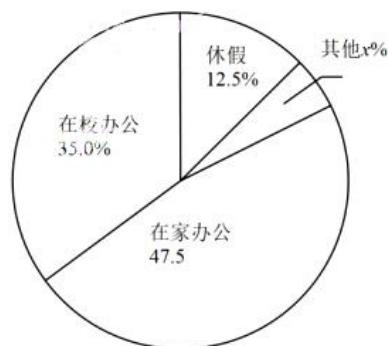
A.  $y = \tan\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$

B.  $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

C.  $y = \tan\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

D.  $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{12}\right)$

9. 新冠疫情防控期间，某市中小学实行线上教学，停课不停学。某校对 240 名职工线上教学期间的办公情况进行了调查统计，结果如图所示，则下列结论中错误的是（ ）



A.  $x=5.0$

B. 从该校任取一名职工，该职工不在家办公的概率为 0.525

C. 该校休假的职工不超过 10 名

D. 该校在家办公或在校办公的职工不超过 200 名

10. 分别抛掷 4 枚质地均匀的硬币，则朝上的面不全相同的概率为（ ）

A.  $\frac{15}{16}$

B.  $\frac{7}{8}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{5}{8}$

11. 已知  $a = \lg \sqrt{10}$ ,  $b = 2^{0.1}$ ,  $c = \ln \frac{1}{3}$ , 则（ ）

A.  $a > c > b$

B.  $b > a > c$

C.  $a > b > c$

D.  $c > b > a$

12. 直线  $a$  与平面  $\alpha$  不平行，则  $\alpha$  内与  $a$  平行的直线有（ ）

A. 无数条

B. 0 条

C. 1 条

D. 以上均不对

13. 下列函数既是偶函数，又在  $(0, +\infty)$  上单调递增的是（ ）

A.  $y = \cos x$

B.  $y = -x^2$

C.  $y = \frac{1}{x}$

D.  $y = |x|$

14. 已知  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\frac{6\sin \alpha + \cos \alpha}{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}$  的值为（ ）

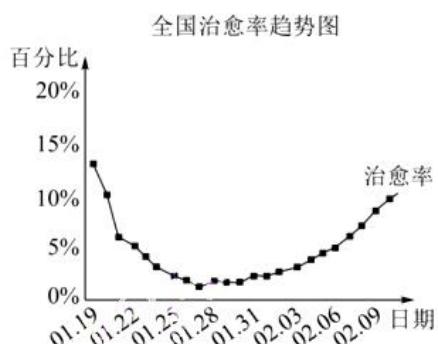
A. -4

B.  $\frac{13}{4}$

C.  $-\frac{13}{4}$

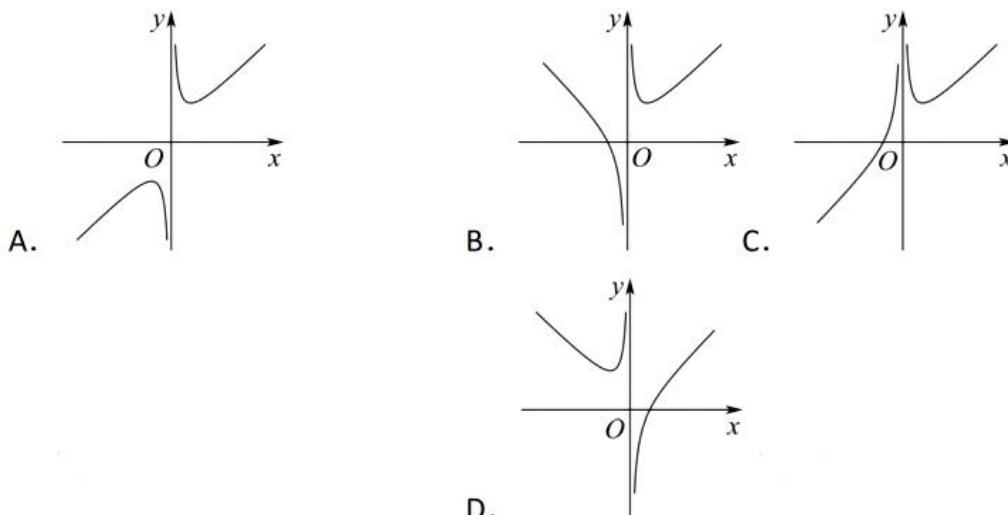
D.  $\pm \frac{13}{4}$

15. 面对突如其来的新冠病毒疫情，中国人民在中国共产党的领导下，上下同心、众志成城抗击疫情的行动和成效，向世界展现了中国力量、中国精神。下面几个函数模型中，能比较近似地反映出图中时间与治愈率关系的是（ ）



- A.  $y = ax + b$       B.  $y = ax^2 + bx + c$   
 C.  $y = a^x$       D.  $y = \log_a x$

16. 函数  $f(x) = x + \frac{1}{|x|}$  的图象大致为 ( )



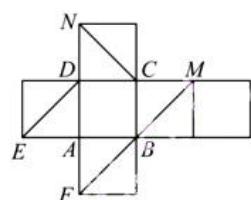
17. 若偶函数  $f(x)$  在区间  $[-5, 0]$  上是增函数且最小值为 -4，则  $f(x)$  在区间  $[0, 5]$  上是 ( )

- A. 减函数且最小值为 -4      B. 增函数且最小值为 -4  
 C. 减函数且最大值为 4      D. 增函数且最大值为 4

18. 已知函数  $f(x) = -x^2 + 4x + m$ ，若  $\exists x \in [0, 1]$ ， $f(x) = 0$ ，则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $[-4, +\infty)$       B.  $[-3, +\infty)$       C.  $[-3, 0]$       D.  $[-4, 0]$

19. 如图是正方体的平面展开图，则在这个正方体中，与直线  $CN$  平行的直线是 ( )



A.  $DE$  B.  $AB$  C.  $BF$  D.  $BM$

20. 下列区间中, 函数  $f(x)=7\sin(x-\frac{\pi}{6})$  的单调递增区间是( )

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| A. $(0, \frac{\pi}{2})$    | B. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$   |
| C. $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ | D. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ |

21. 函数  $f(x)=\frac{\sin 2x}{\cos x}$  的最小正周期是( )

- A.  $\frac{\pi}{2}$  B.  $\pi$  C.  $2\pi$  D.  $4\pi$

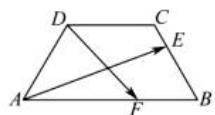
22. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AD$  是  $BC$  边上的中线, 且  $BC=4$ ,  $AD=3$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$  ( )

- A. -5 B. 5 C. -8 D. 8

23. 用一个平面去截一个正方体, 截面边数最多有( )

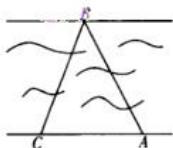
- A. 5条 B. 6条 C. 7条 D. 8条

24. 如图, 在等腰梯形  $ABCD$  中,  $AB//CD$ ,  $AB=4$ ,  $BC=CD=2$ , 若  $E, F$  分别是边  $BC, AB$  上的点, 且  $\overline{CB}=3\overline{CE}$ ,  $\overline{AF}=2\overline{FB}$ , 则  $\overline{AE} \cdot \overline{DF} =$  ( )



- A.  $\frac{4}{3}$  B.  $\frac{16}{9}$  C.  $\frac{32}{9}$  D. 5

25. 如图,  $A$ ,  $B$  两点在河的两岸, 为测量  $A$ ,  $B$  两点间的距离, 测量人员在  $A$  的同侧选定一点  $C$ , 测出  $A$ ,  $C$  两点间的距离为 60 米,  $\angle ACB=\frac{\pi}{3}$ ,  $\angle BAC=\frac{\pi}{4}$ , 则  $A$ ,  $B$  两点间的距离为( )



- A.  $30(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$  米 B.  $30(1+\sqrt{3})$  米  
C.  $40\sqrt{3}$  米 D.  $40(\sqrt{2}+\sqrt{6})$  米

26. 已知函数  $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$ , 则使  $f(x)=2$  的  $x$  的集合是( )

- A. {4} B. {1, 4} C.  $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}$  D.  $\left\{1, \frac{1}{4}, 4\right\}$

27. 设甲、乙两个圆柱的底面面积分别为  $S_1, S_2$ , 体积为  $V_1, V_2$ , 若它们的侧面积相等且

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{16}{9}$ , 则  $\frac{V_1}{V_2}$  的值是( )

- A.  $\frac{2}{3}$     B.  $\frac{3}{2}$     C.  $\frac{4}{3}$     D.  $\frac{9}{4}$

28. 已知函数  $f(x) = a^x - 3$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )，且  $f(1) + f(2) = -\frac{50}{9}$ ，则  $f(x)$  的零点是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $-1$     C.  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$     D.  $(-1, 0)$

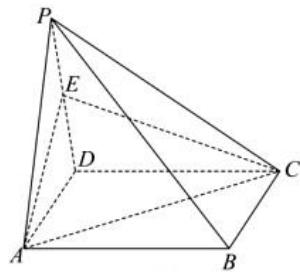
**二、解答题：**本大题共 2 小题，共计 16 分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

29. (本小题满分 8 分)

如图，四棱锥  $P-ABCD$  的底面是正方形，侧面  $PAD$  是正三角形， $AD=2$ ，且侧面  $PAD \perp$  底面  $ABCD$ ， $E$  为侧棱  $PD$  的中点。

(1) 求证： $PB \parallel$  平面  $EAC$ ；

(2) 求三棱锥  $A-PDC$  的体积。



30. (本小题满分 8 分)

$$\text{已知 } f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos x + \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

(1) 求  $f(x)$  的单调递增区间；

(2) 当  $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$  时，关于  $x$  的不等式  $af\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) - f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \geq 2$  有解，求实数  $a$  的取值范围。

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线