2023～2024学年高三(上)质检联盟期中考试

数　　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语、不等式、函数与基本初等函数、一元函数的导数及其应用、计数原理、随机变量及其分布列、成对数据的统计分析、三角函数、平面向量及其应用与复数、数列。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $M=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-x-2\leqslant 0\}$，$N=\{x|2x-1>0\}$，则 $M\cap N=$

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $(\frac{1}{2},2)$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 已知复数 z 满足 $z\bar{z}=2$，则 $|z|=$

A. 2　　B. 4　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

3. “$a>0$”是“$a^2+\frac{1}{a^2}\geqslant 2$”的

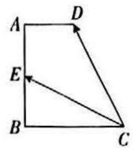
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=1-\frac{1}{a_{n-1}}$，$a_1=2$，则 $a_{2023}=$

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -1　　D. 2023

5. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AB\perp BC$，$AB=BC=2$，$AD=1$，点 E 在边 AB 上，且 $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CE}=3$，则 $BE=$



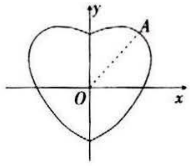
A. 1　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

6. 现有红色、黄色、蓝色的小球各4个，每个小球上都标有不同的编号．从中任取3个小球，若这3个小球颜色不全相同，且至少有一个红色小球，不同取法有

A. 160种　　B. 220种　　C. 256种　　D. 472种

7. 笛卡尔在信中用一个能画出心形曲线的方程向公主表达爱意的故事广为流传，其实能画出心型曲线的方程有很多种. 心形曲线如图所示，其方程为 $x^2+y^2=1+|x|y$，若 A 为曲线上一点，则 OA 的取值范围为



A. $[\frac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{2}]$　　B. $[1,\sqrt{2}]$

C. $[1,2]$　　D. $[\frac{\sqrt{6}}{3},2]$

8. 某公司计划在 10 年内每年某产品的销售额(单位:万元)等于上一年的 1.2 倍再减去 2. 已知第一年(2022 年)该公司该产品的销售额为 100 万元，则按照计划该公司从 2022 年到 2031 年该产品的销售总额约为(参考数据：$1.2^{10}\approx6.19$)

A. 2135.5 万元　B. 2235.5 万元　C. 2335.5 万元　D. 2435.5 万元

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{5})-1$，则

A. $f(x)$的最小正周期为 2π

B. $f(x)$的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{5}$对称

C. $f(x)$的图象关于点$(-\frac{\pi}{5},-1)$中心对称

D. $f(x)$在区间$(0,\frac{\pi}{5})$上单调递增

10. 某商店的某款商品近 5 个月的月销售量 y(单位:千瓶)如下表：

第 x 个月	1	2	3	4	5
月销售量 y	2.5	3.2	4	4.8	5.5

若变量 y 和 x 之间具有线性相关关系，用最小二乘法建立的经验回归方程为 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$，则下列说法正确的是

A. 点(3,4)一定在经验回归直线 $\hat{y}=0.76x+\hat{a}$ 上

B. $\hat{a}=1.72$

C. 相关系数 $r<0$

D. 预计该款商品第 6 个月的销售量为 7800 瓶

11. 已知 $\lg x+\log_{\sqrt{10}}y=1$，则

A. $\lg x^2+\log_{\sqrt{10}}y^2=2$

B. $x\sqrt{y}=10$

C. $\lg(10x)+\log_{\sqrt{10}}(10y)=4$

D. 当 $x>1,y>1$ 时，$\log_x10+\log_y\sqrt{10}$的最小值为 4

12. 在一次数学活动课上，老师设计了有序实数组 $A=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$，$a_i\in\{0,1\}$，$i=1,2,3,\cdots,n$，$f(A)$表示把 A 中每个 1 都变为 0，0，每个 0 都变为 1，所得到的新的有序实数组，例如 $A=\{0,1\}$，则 $f(A)=\{1,0,0\}$. 定义 $A_{k+1}=f(A_k)$，$k=1,2,3,\cdots,n$，若 $A_1=\{0,1\}$，则

A. A_{100} 中有 2^{49} 个 1

B. A_{101} 中有 2^{49} 个 0

C. $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_{100}$ 中 0 的总个数比 1 的总个数多 $2^{50}-1$

D. $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_{100}$ 中 1 的总个数为 $2^{51}-1$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{3}$，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|=3$，则$|\boldsymbol{a}-\sqrt{3}\boldsymbol{b}|=$____▲____.

14. 已知函数 $f(x)=e^x+ax$ 在区间$[0,+\infty)$上单调递增，则 a 的取值范围为____▲____.

15. 已知某等差数列的前 7 项和与前 8 项和的乘积等于-56，则该等差数列的公差的取值范围是____▲____.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^3, x\geq 0,\\ x^2, x<0.\end{cases}$若函数 $g(x)=f(x)-|kx^2-2x|(k\in\mathbf{R})$恰有 4 个零点，则 k 的取值范围是____▲____.

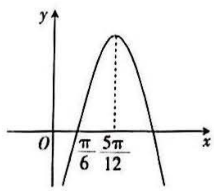
四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示.

（1）求 $f(x)$的解析式；

（2）求 $f(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上的值域.



18.（12 分）

函数 $y=2\sin x-1$ 在$(0,+\infty)$上的零点从小到大排列后构成数列$\{a_n\}$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=a_{2n-1}+a_{2n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

19.（12 分）

已知 D 是 Rt$\triangle ABC$ 斜边 BC 上一点，$AB=AD$，$\sin B=\frac{4}{5}$.

(1)求 $\cos\angle CAD$ 的值；

(2)若 $CD=7$，求 AB.

20.（12 分）

甲、乙两人准备进行羽毛球比赛，比赛规定：一回合中赢球的一方作为下一回合的发球方. 若甲发球，则本回合甲赢的概率为$\frac{2}{3}$，若乙发球，则本回合甲赢的概率为$\frac{1}{3}$，每回合比赛的结果相互独立. 经抽签决定，第 1 回合由甲发球.

(1)求前 4 个回合甲发球两次的概率；

(2)求第 4 个回合甲发球的概率；

(3)设前 4 个回合中，甲发球的次数为 X，求 X 的分布列及期望.

21.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n+a_n=3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)数列$\{b_n\}$满足 $b_1=1$，$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{n+2}{2(n+1)}$，设数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，证明：$T_n+a_n\geqslant\frac{5}{2}$.

22.（12 分）

(1)证明：函数 $f(x)=-\cos x+\frac{1}{(x+1)^2}$在$(-1,\frac{1}{2})$上单调递减.

(2)已知函数 $h(x)=\cos ax+x-\ln(x+1)$，若 $x=0$ 是 $h(x)$的极小值点，求 a 的取值范围.

密封线内不要答题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。