学校：________ 班级：________ 班 姓名：________ 考号：________ 座号：________

普高大联考 **试卷类型：A**

山东新高考联合质量测评 12 月联考试题

高 三 数 学

2023.12

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的学校、班级、姓名、考号、座号填涂在相应位置。
2. 选择题答案必须使用 2B 铅笔(按填涂样例)正确填涂；非选择题答案必须使用 0.5 毫米黑色签字笔书写，绘图时，可用 2B 铅笔作答，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。保持卡面清洁，不折叠、不破损。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-4x<0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{x\mid 0<x<3\}$　　B. $\{x\mid -1<x<3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 若 i 为虚数单位，复数 $z=\dfrac{1-i}{i}$，则 $\bar{z}$ 等于(　　)

A. $-1+i$　　B. $-1-i$　　C. $1+i$　　D. $1-i$

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,0)$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为(　　)

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

4. 将半径为 3，圆心角为 $\dfrac{2}{3}\pi$ 的扇形卷成一个圆锥的侧面，则圆锥的体积为(　　)

A. $\sqrt{2}\pi$　　B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$　　C. π　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

5. 设函数 $f(x)=a^{x^2-ax+1}$($a>0$ 且 $a\neq1$)在区间$(0,1)$单调递减，则 a 的取值范围是(　　)

A. $(0,1)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $(0,1)\cup[2,+\infty)$　　D. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)\cup[2,+\infty)$

6. 设函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)-2(\omega>0)$ 的导函数 $f'(x)$ 的最大值为 2，则 $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2$　　B. $-\dfrac{5}{2}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2$　　D. -3

7. 记非常数数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，设甲：$\{a_n\}$是等比数列；乙：$S_n=Ba_n+C$($B\neq0,1$，且 $C\neq0$)，则(　　)

A. 甲是乙的充要条件　　B. 甲是乙的充分不必要条件

C. 甲是乙的必要不充分条件　　D. 甲是乙的既不充分也不必要条件

8. 已知 $\alpha,\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$，$\sin\alpha\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$，且 $3\sin\beta=\sin(2\alpha+\beta)$，则 $\alpha+\beta$ 的值为(　　)

A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知一组数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{2023}$ 是公差不为 0 的等差数列，若去掉数据 x_{1012}，则所剩下的数据的(　　)

A. 平均数不变　　B. 中位数不变

C. 标准差不变　　D. 极差不变

10. 根据《中华人民共和国噪声污染防治法》，城市噪音分为工业生产噪音、建筑施工噪音、交通运输噪音和生活环境噪音等四大类。根据不同类型的噪音，又进一步细化了限制标准。通常我们以分贝(dB)为单位来表示声音大小的等级，30～40 分贝为安静环境，超过 50 分贝将对人体有影响，90 分贝以上的环境会严重影响听力且会引起神经衰弱等疾病. 如果强度为 v 的声音对应的分贝数为 $f(v)$(dB)，那么满足：$f(v)=10\times\lg\dfrac{v}{1\times10^{-12}}$. 对几项生活环境的分贝数要求如下，城市道路交通主干道：60～70 dB，商业、工业混合区：50～60 dB，安静住宅区、疗养院：30～40 dB. 已知在某城市道路交通主干道、工商业混合区、安静住宅区测得声音的实际强度分别为 v_1,v_2,v_3，则(　　)

A. $v_1\geqslant v_2$

B. $v_2>100v_3$

C. 若声音强度由 v_1 降到 v_3，需降为原来的 $\dfrac{1}{10}$

D. 若要使分贝数由 40 提高到 60，则声音强度需变为原来的 100 倍

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的不恒为零的函数，对于任意 $x,y\in\mathbf{R}$ 都满足 $f(x)-2=f(x+y)-f(y)$，且 $f(x+1)$ 为偶函数，则下列说法正确的是(　　)

A. $f(0)=2$　　B. $f(x)$ 为奇函数

C. $f(x)$ 关于点$(0,2)$对称　　D. $\sum\limits_{n=1}^{23}f(n)=46$

12. 已知正四棱锥的侧棱长是 x，正四棱锥的各个顶点均在同一球面上，若该球的体积为 $\dfrac{4}{3}\pi$，当 $x\in\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}\right]$ 时，正四棱锥的体积可以是(　　)

A. $\dfrac{1}{16}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 2024 年第 6 届 U23 亚洲杯将在卡塔尔举行. 现将甲、乙、丙、丁四名志愿者分配到 6 个项目中参加志愿活动，且每名志愿者只能参加 1 个项目的志愿活动，则有且只有 3 人分到同一项目中的情况有________种.(用数字作答)

14. 若将上底面半径为 2，下底面半径为 4 的圆台型木块，削成体积最大的球，则该球的表面积为__________.

15. 设函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+1(\omega>0)$ 在区间 $(0,\pi)$ 内恰有两个零点，则 ω 的取值范围是__________.

16. 函数 $f(x)=\sin \pi x+\ln|2x-5|$ 的所有零点之和为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10 分)在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，已知 $a\cos B+b\cos A-2c\cos B=0$.

(1)求内角 B 的大小；

(2)若△ABC 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$a=2c$，$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，求线段 BM 的长.

18. (12 分)某班级为了提高学习数学、物理的兴趣，组织了一次答题比赛活动，规定每位学生共需回答 3 道题目. 现有两种方案供学生任意选择，甲方案：只选数学问题；乙方案：第一次选数学问题，以后按如下规则选题，若本次回答正确，则下一次选数学问题，若回答错误，则下一次选物理问题. 数学问题中的每个问题回答正确得 50 分，否则得 0 分；物理问题中的每个问题回答正确得 30 分，否则得 0 分.

已知 A 同学能正确回答数学问题的概率为 $\frac{1}{3}$，能正确回答物理问题的概率为 $\frac{2}{3}$，且能正确回答问题的概率与回答顺序无关.

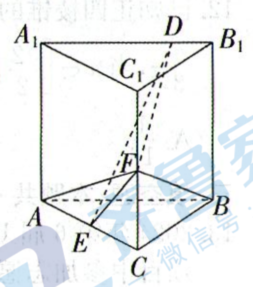
(1)求 A 同学采用甲方案答题，得分不低于 100 分的概率；

(2)A 同学选择哪种方案参加比赛更加合理，并说明理由.

19. (12 分)已知直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形，$AB=BC=2$，E,F 分别为 AC 和 CC_1 的中点，D 为棱 A_1B_1 上的点，设 $B_1D=m$，$BF\perp A_1B_1$.

(1)证明：$BF\perp DE$；

(2)当 m 为何值时，平面 BB_1C_1C 与平面 DEF 的夹角的余弦值最大.



20. (12 分)已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$2\sqrt{S_n}=a_n+1$；数列 $\{b_n\}$ 是递增的等比数列，公比为 q，且 b_2,b_4 的等差中项为 10，b_1,b_5 的等比中项为 8.

(1)求 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $c_n=\begin{cases}-a_n, & n\text{ 为奇数},\\ \frac{3}{b_n}, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ T_n 为 $\{c_n\}$ 的前 n 项和，若 $T_{2n}+2n^2-n+3\geqslant\lambda b_n$ 能成立，求实数 λ 的最大值.

21. (12 分)某学校新校区在校园里边种植了一种漂亮的植物，会开出粉红色或黄色的花. 这种植物第 1 代开粉红色花和黄色花的概率都是 $\frac{1}{2}$，从第 2 代开始，若上一代开粉红色的花，则这一代开粉红色的花的概率是 $\frac{3}{5}$，开黄色花的概率是 $\frac{2}{5}$；若上一代开黄色的花，则这一代开粉红色的花的概率为 $\frac{1}{5}$，开黄色花的概率为 $\frac{4}{5}$. 设第 n 代开粉红色花的概率为 P_n.

(1)求第 2 代开黄色花的概率；

(2)证明：$\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1-3P_i}{5P_iP_{i+1}}<2$.

22. (12 分)设 $f(x)=ax-(a+1)\ln x-\frac{1}{x}$(其中 $a>0$).

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)设 $g(x)=x^2e^{2x}-f(x)$，若关于 x 的不等式 $g(x)\geqslant ax+(a+3)\ln x+\frac{1}{x}+1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.