高二数学参考答案

1. A　当 $a=2$ 时，两条直线的方程分别为 $4x+y=0$ 和 $x-4y=0$，斜率分别为 $-4,\frac{1}{4}$，因为 $-4\times\frac{1}{4}=-1$，所以这两直线垂直. 当直线 $4x+y=0$ 和直线 $x-a^2y=0$ 垂直时，$-4\times\frac{1}{a^2}=-1$，解得 $a=\pm2$. 故"$a=2$"是"直线 $4x+y=0$ 和直线 $x-a^2y=0$ 垂直"的充分不必要条件.

2. B　因为阳爻比阴爻多的卦有 4 个，所以所求概率为 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

3. D　因为直线 $y=2-x\tan 36°$ 的斜率为 $-\tan 36°$，而 $-\tan 36°=\tan(180°-36°)=\tan 144°$，所以直线 $y=2-x\tan 36°$ 的倾斜角为 $144°$.

4. A　设点 $B(4,-2)$ 关于直线 $y=-x$ 的对称点为 $B'(x,y)$，则 $\begin{cases}\frac{x+4}{2}+\frac{y-2}{2}=0,\\ \frac{y+2}{x-4}=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\ y=-4,\end{cases}$ 即 $B'(2,-4)$. 所以入射光线所在直线的方程为 $\frac{y-2}{-4-2}=\frac{x+1}{2+1}$，即 $2x+y=0$.

5. B　设点 C 到直线 AB 的距离为 d，因为 $\overrightarrow{AB}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,3,2)$，所以 $\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|}=2\sqrt{2}$，$d=\sqrt{|\overrightarrow{AC}|^2-(\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|})^2}=\sqrt{14-8}=\sqrt{6}$.

6. C　以 A 为原点，以 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向建立空间直角坐标系（图略），则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$D(0,1,1)$，$E(1,1,0)$，$\overrightarrow{AE}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{BD}=(-2,1,1)$. 设异面直线 AE 与 BD 所成角的大小为 θ，则 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{AE}||\overrightarrow{BD}|}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

7. D　方程 $x+\sqrt{9-y^2}=0$ 表示的是一个以原点为圆心，3 为半径的左半圆，
直线 $y=x+m$ 的斜率为 1，连接 $A(-3,0)$ 和 $B(0,3)$（图略），要使直线 l 与该半圆有两个交点，直线 l 必在 AB 以上的半圆内平移，直到直线 l 与半圆相切（不含相切），则可求出直线 l 的两个临界位置对应的 m 的值.
当直线 l 与 AB 重合时，$m=3$. 当直线 l 与半圆相切时，圆心 $(0,0)$ 到 $y=x+m$ 的距离 $d=r=3$，即 $\frac{|m|}{\sqrt{2}}=3$，解得 $m=3\sqrt{2}$ 或 $m=-3\sqrt{2}$（舍去）. 所以 m 的取值范围是 $[3,3\sqrt{2})$.

8. C　设事件 A 为"从甲袋中取出的 2 个球的颜色不相同"，事件 B 为"从乙袋中取出的 2 个球的颜色不相同"，则 $P(A)=\frac{4\times x+x\times4}{(x+4)(x+3)}$，$P(B)=\frac{2\times4+4\times2}{6\times5}=\frac{8}{15}$，

所以 $\frac{8x}{(x+4)(x+3)}=\frac{8}{15}$，解得 $x=2$ 或 $x=6$.

9. BC　对于 A，因为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$，所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ 三个向量共面，故不能构成空间的一个基底. 对于 D，因为 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$，所以 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$ 三个向

量共面，故不能构成空间的一个基底，选项 B，C 中的向量都可以作为基底.

10. BCD　因为 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，$P(AB)=\frac{1}{6}$，$P(A\cup B)=\frac{2}{3}$，

所以 $P(A)+P(B)=\frac{5}{6}$. 又 $P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{2}{3}$，所以 $P(A)=\frac{1}{2}$，B 正确.

因为 $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{1}{6}$，所以事件 A 与事件 B 相互独立，C 正确.

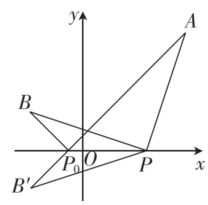
所以 $P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B})=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，D 正确. 因为 $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$，所以事件 A 与事件 B 不是互斥事件，A 错误.

11. ACD　对于 A，整理 $mx+y+1-3m=0$，得 $m(x-3)+y+1=0$，

令 $\begin{cases}x-3=0,\\y+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=-1,\end{cases}$ 所以直线 l 恒过点 $(3,-1)$，A 正确.

对于 B，可知所求直线的斜率存在且不为 0，设为 k，则它的方程为 $y-1=k(x-1)$.

令 $x=0$，得 $y=1-k$，即该直线在 y 轴上的截距为 $1-k$；



令 $y=0$，得 $x=1-\frac{1}{k}$，即该直线在 x 轴上的截距为 $1-\frac{1}{k}$.

因为该直线在 x，y 轴上的截距相等，所以 $1-k=1-\frac{1}{k}$，解得 $k=\pm1$，

所以所求直线的方程为 $x-y=0$ 或 $x+y-2=0$，B 错误.

对于 C，点 B 关于 x 轴的对称点为 $B'(-1,-1)$，连接 AB' 交 x 轴于点 P_0，点 P 是 x 轴上任意一点，连接 BP_0，AP，BP，PB'，于是 $|PA|+|PB|=|PA|+|PB'|\geqslant|AB'|=|AP_0|+|B'P_0|=|AP_0|+|BP_0|$，当且仅当点 P 与 P_0 重合时，等号成立，

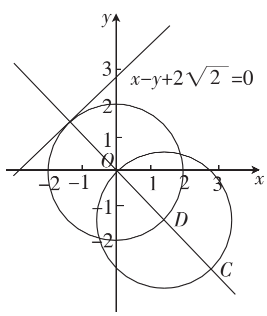
因此 $(|PA|+|PB|)_{\min}=|AB'|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，C 正确.

对于 D，直线 l 与 x，y 轴的正半轴分别交于 A，B 两点，可知直线 l 的斜率为负数，设直线 l：$y-2=k(x-3)$，$k<0$，令 $x=0$，得 $y=2-3k$，令 $y=0$，得 $x=3-\frac{2}{k}$，可知 $2-3k>0$，$3-\frac{2}{k}>0$，

可得 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times(2-3k)(3-\frac{2}{k})=\frac{1}{2}[(-9k)+\frac{4}{-k}+12]\geqslant\frac{1}{2}(2\sqrt{36}+12)=12$，

当且仅当 $-9k=\frac{4}{-k}$，即 $k=-\frac{2}{3}$ 时，等号成立，所以 $\triangle AOB$ 面积的最小值为 12，D 正确.

12. AD　因为 $\triangle OAB$ 是直角三角形，$|AB|=4$，所以可设 AB 的中点是 D，则 $|OD|=2$，即点 D 在圆 $x^2+y^2=4(x\neq0,y\neq0)$ 上，A 正确. 又 $CA\perp CB$，所以点 C 在以 AB 为直径的圆上，B 错误. 又原点 O 到直线 $x-y+2\sqrt{2}=0$ 的距离 $d=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2=r$，所以点 D 到直线 $x-y+2\sqrt{2}=0$ 的最大距离为 4，从而点 C 到直线 $x-y+2\sqrt{2}=0$ 的最大距离为 6，C 错误，D 正确.



13. 4　设圆心 O 到直线 $3x-4y+5=0$ 的距离为 d，因为 $d=\frac{5}{5}=1$，所以 $|AB|=2\sqrt{5-1}=4$.

14. 0.7　设男性中有 $x\%$ 购买了新能源车,则 $x\%\times60\%+40\%\times80\%=74\%$,解得 $x=70$,所以男性购车时,选择购买新能源车的概率是 0.7.

15. $x=2$(或 $7x+24y+50=0$,填一条即可)　因为 $|O_1O_2|=\sqrt{3^2+4^2}=5$,$r_1=2$,$r_2=5$,所以 $5-2<|O_1O_2|<5+2$,圆 O_1 与圆 O_2 相交,则圆 O_1 与圆 O_2 的公切线有两条,根据图象(图略)可以直接观察出一条公切线方程为 $x=2$. 直线 O_1O_2 的方程为 $y=-\frac{4}{3}x$,根据图形的对称性知另一条公切线与直线 $x=2$ 关于直线 O_1O_2:$y=-\frac{4}{3}x$ 对称. 易知直线 $x=2$ 与直线 O_1O_2:$y=-\frac{4}{3}x$ 的交点为 $(2,-\frac{8}{3})$,设另一条公切线的方程为 $y+\frac{8}{3}=k(x-2)$,即 $kx-y-2k-\frac{8}{3}=0$,原点到其距离为 $\frac{|2k+\frac{8}{3}|}{\sqrt{k^2+1}}=2$,所以 $k=-\frac{7}{24}$,则另一条公切线的方程为 $7x+24y+50=0$.

16. $\frac{3}{2}$　(方法一)连接 AC,并与 BD 交于 O,以 O 为原点,以 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OP}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向建立空间直角坐标系 $Oxyz$(图略),则 $A(\frac{\sqrt2}{2},0,0)$,$B(0,\frac{\sqrt2}{2},0)$,$C(-\frac{\sqrt2}{2},0,0)$,$D(0,-\frac{\sqrt2}{2},0)$,$P(0,0,\frac{\sqrt{14}}{2})$,$\overrightarrow{PB}=(0,\frac{\sqrt2}{2},-\frac{\sqrt{14}}{2})$,$\overrightarrow{PC}=(-\frac{\sqrt2}{2},0,-\frac{\sqrt{14}}{2})$,$\overrightarrow{PD}=(0,-\frac{\sqrt2}{2},-\frac{\sqrt{14}}{2})$,$\overrightarrow{PA}=(\frac{\sqrt2}{2},0,-\frac{\sqrt{14}}{2})$,$\overrightarrow{PE}=\frac{3}{5}\overrightarrow{PB}=(0,\frac{3\sqrt2}{10},-\frac{3\sqrt{14}}{10})$,$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}=(-\frac{\sqrt2}{4},0,-\frac{\sqrt{14}}{4})$,设 $\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PD}=(0,-\frac{\sqrt2}{2}\lambda,-\frac{\sqrt{14}}{2}\lambda)$. 因为 A,E,F,G 四点共面,所以 $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{PE}+y\overrightarrow{PF}+z\overrightarrow{PG}$,其中 $x+y+z=1$,将 $\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PE},\overrightarrow{PF},\overrightarrow{PG}$ 的坐标分别代入 $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{PE}+y\overrightarrow{PF}+z\overrightarrow{PG}$,可得 $\lambda=\frac{3}{4}$,所以 $PG=\frac{3}{4}PD=\frac{3}{2}$.

(方法二)设 $\overrightarrow{PD}=\lambda\overrightarrow{PG}$,则 $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}=\lambda\overrightarrow{PG}+\frac{5}{3}\overrightarrow{PE}-2\overrightarrow{PF}$. 因为 A,E,F,G 共面,所以 $\lambda+\frac{5}{3}-2=1$,解得 $\lambda=\frac{4}{3}$,所以 $PG=\frac{3}{4}PD=\frac{3}{2}$.

17. 解:(1)因为 $A(0,4)$,$B(2,0)$,所以 D 的坐标为 $(1,2)$,　…………………………　2 分

因为 $CD\perp AB$,所以 $\frac{m-2}{-5-1}\times\frac{4-0}{0-2}=-1$,…………………………　4 分

解得 $m=-1$.　…………………………　5 分

(2)设线段 BC 的中点为 E,由(1)知 $C(-5,-1)$,则 $E(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$,　…………　7 分

所以 $k_{AE}=\frac{4+0.5}{0+1.5}=3$,…………………………　9 分

所以直线 AE 的方程为 $y-4=3(x-0)$,化简得 $3x-y+4=0$,

即 BC 边上的中线所在直线的方程为 $3x-y+4=0$. …………………………　10 分

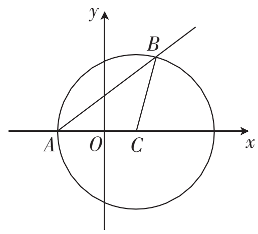
18. 解：(1)易知线段 MN 的中点为坐标原点 $O(0,0)$，因为直线 MN 的斜率不存在，所以线段 MN 的垂直平分线的方程是 $y=0$. ………………………………………………………… 1 分

由垂径定理可知，圆心 C 也在线段 MN 的垂直平分线上，所以它的坐标是方程组 $\begin{cases} y=0, \\ x-y-1=0 \end{cases}$ 的解，解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=0, \end{cases}$ 即圆心 C 的坐标是 $(1,0)$. ……………………………… 3 分

又圆 C 的半径 $r=\sqrt{(1-0)^2+(0-\sqrt{3})^2}=2$，

所以圆 C 的方程为 $(x-1)^2+y^2=4$. ………………………………………………………… 5 分

(2)由题意可知，直线 l_2 恒过点 $A(-1,0)$，此点同时为圆 C 与 x 轴负半轴的交点.



又圆心 $C(1,0)$，则 $|AC|=2$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times|AC|\times|y_B|=|y_B|=\frac{8}{5}$， ……………………………………………………… 7 分

解得 $y_B=\pm\frac{8}{5}$，$x_B=\frac{11}{5}$ 或 $x_B=-\frac{1}{5}$. ………………………………………………………… 8 分

所以满足条件的点 B 可以为 $B_1(\frac{11}{5},\frac{8}{5})$，$B_2(\frac{11}{5},-\frac{8}{5})$，$B_3(-\frac{1}{5},\frac{8}{5})$，$B_4(-\frac{1}{5},-\frac{8}{5})$， ……………………………………………………………………………… 10 分

依次代入直线方程 $x-my+1=0$，得 $m=2$ 或 $m=-2$ 或 $m=\frac{1}{2}$ 或 $m=-\frac{1}{2}$. ……… 12 分

19. 解：(1)设事件 A 表示“甲在初赛中晋级”，事件 B 表示“乙在初赛中晋级”，…………… 1 分

由题意可知，$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=\frac{2}{3}(1-a)+(1-\frac{2}{3})a=\frac{5}{12}$，………… 4 分

解得 $a=\frac{3}{4}$. ………………………………………………………………………… 6 分

(2)设事件 C 为“甲、乙两人中有且只有一人能参加市级比赛”，D 为“甲能参加市级比赛”，E 为“乙能参加市级比赛”，…………………………………………………………………… 7 分

则 $P(D)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$，………………………………………………………………… 9 分

$P(E)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，………………………………………………………………………… 10 分

所以 $P(C)=\frac{2}{9}\times(1-\frac{3}{8})+(1-\frac{2}{9})\times\frac{3}{8}=\frac{31}{72}$. ……………………………………… 12 分

20. (1)证明：取 B_1C_1 的中点 F，连接 DF，EF.

因为 DF 是 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中位线，所以 $DF/\!/A_1C_1$，从而 $DF/\!/$平面 AA_1C_1C. ………… 2 分

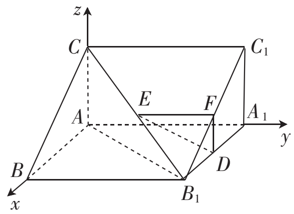
同理可证 $EF/\!/$平面 AA_1C_1C. ……………………………………………………………… 3 分

因为 $DF\cap EF=F$，所以平面 $DEF/\!/$平面 AA_1C_1C. ………………………………… 4 分

因为 $DE\subset$平面 DEF，所以 $DE/\!/$平面 AA_1C_1C. …………………………………… 5 分

(2)解：易知 AB，AA_1，AC 两两垂直，以 A 为原点，分别以 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AA_1}$，$\overrightarrow{AC}$ 的方向为 x 轴，y 轴，

z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，如图所示. …………… 6 分



设 $AB=AC=2$，则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(0,0,2)$，$A_1(0,4,0)$，$B_1(2,4,0)$，$D(1,4,0)$，$E(1,2,1)$，$\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$，$\overrightarrow{AB_1}=(2,4,0)$，$\overrightarrow{AC}=(0,0,2)$，…………………………………………………… 8 分

设向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 AB_1C 的法向量，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\end{cases}$ 即

$\begin{cases}2x+4y=0,\\ 2z=0,\end{cases}$

令 $x=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,-1,0)$. …………………………………………………………………… 10 分

设 DE 与平面 AB_1C 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{DE},\boldsymbol{n}\rangle|=\dfrac{2}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}$. ………… 12 分

21. 解：(1)可以判断圆 M 经过 A,B,C 三点时，符合要求. …………………………………… 1 分

所以圆心在 AB 的中垂线即 x 轴上，设圆 M 的方程为 $(x-a)^2+y^2=r^2(r>0)$，……… 2 分

则 $\begin{cases}(4+a)^2+0^2=r^2,\\ (2\sqrt{2}-a)^2+8=r^2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0,\\ r=4,\end{cases}$ …………………………………………………………… 4 分

所以圆 M 的方程为 $x^2+y^2=16$. ………………………………………………………………… 5 分

(2)设过点 $E(2,0)$ 的直线方程为 $x=ty+2$.

①当 $t=0$ 时，直线 PQ 的方程为 $x=2$，此时 N 可为 x 轴上的任意一点. ……………… 6 分

②当 $t\neq0$ 时，联立方程组 $\begin{cases}x^2+y^2=16,\\ x=ty+2,\end{cases}$ 消去 x 得 $(t^2+1)y^2+4ty-12=0$，

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$N(m,0)$，则 $y_1+y_2=\dfrac{-4t}{t^2+1}$，$y_1y_2=\dfrac{-12}{t^2+1}$. ………………… 7 分

因为 x 轴平分 $\angle PNQ$，所以 $k_{PN}+k_{QN}=0$，即 $\dfrac{y_1}{x_1-m}+\dfrac{y_2}{x_2-m}=0$，……………………… 8 分

化简得 $y_1(x_2-m)+y_2(x_1-m)=0$，即 $y_1(ty_2+2-m)+y_2(ty_1+2-m)=0$，

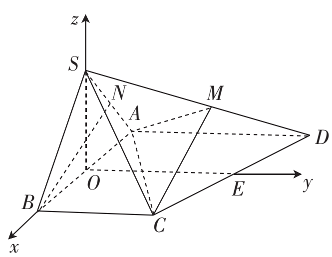
整理得 $(2-m)(y_1+y_2)+2ty_1y_2=0$.

所以 $\dfrac{-24t-4t(2-m)}{t^2+1}=0$ 对任意 $t\neq0$ 恒成立，……………………………………………… 10 分

即 $(-32+4m)t=0$ 恒成立，故 $m=8$，即 $N(8,0)$. …………………………………………… 11 分

综上，存在点 $N(8,0)$，符合题意. ……………………………………………………………… 12 分

22. 解：取 AB 的中点 O，CD 的中点 E，连接 OS，OE，因为 $SA=SB$，所以 $SO\perp AB$，又平面 $SAB\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $SO\perp$ 平面 $ABCD$，易知 AB，OE，OS 两两垂直. 以 O 为原点，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OE}$，$\overrightarrow{OS}$ 的方向分别为 x，y，z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，设 $BC=1$，则 $A(-1,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,1,0)$，$D(-1,2,0)$，$S(0,0,\sqrt{3})$. ……………………………………………… 2 分



(1)证明：取 SA 的中点 N，连接 BN. 因为 $SA=SB=AB$，所以 $BN\perp SA$. 因为平面 $SAB\perp$

平面 $ABCD$，$AD\perp AB$，所以 $AD\perp$平面 SAB，从而 $AD\perp BN$. 又 $SA\cap AD=A$，所以 $BN\perp$平面 SAD，易知 $N(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{BN}=(-\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$为平面 SAD 的一个法向量. …… 4 分

设平面 SCD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，因为$\overrightarrow{CD}=(-2,1,0)$，$\overrightarrow{CS}=(-1,-1,\sqrt{3})$，

所以$\begin{cases}\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{CS}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}-2x_1+y_1=0,\\ -x_1-y_1+\sqrt{3}z_1=0,\end{cases}$取 $x_1=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,2,\sqrt{3})$，………………… 5 分

因为$\overrightarrow{BN}\cdot\boldsymbol{n}=(-\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot(1,2,\sqrt{3})=0$，所以平面 $SAD\perp$平面 SCD. …………… 6 分

(2)因为平面 DMC 就是平面 SCD，其法向量可以取 $\boldsymbol{n}=(1,2,\sqrt{3})$. …………………… 7 分

可求得$\overrightarrow{AC}=(2,1,0)$，$\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DS}=\lambda(1,-2,\sqrt{3})=(\lambda,-2\lambda,\sqrt{3}\lambda)$，

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}=(0,2,0)+(\lambda,-2\lambda,\sqrt{3}\lambda)=(\lambda,2-2\lambda,\sqrt{3}\lambda)$. ………………………… 8 分

设平面 ACM 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，所以$\begin{cases}\overrightarrow{AC}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{AM}\cdot\boldsymbol{m}=0,\end{cases}$即

$\begin{cases}2x_2+y_2=0,\\ \lambda x_2+(2-2\lambda)y_2+\sqrt{3}\lambda z_2=0,\end{cases}$取 $x_2=\sqrt{3}\lambda$，得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3}\lambda,-2\sqrt{3}\lambda,4-5\lambda)$，…………… 10 分

设平面 AMC 与平面 MCD 的夹角为 θ，则 $|\cos\theta|=\frac{|4\sqrt{3}-8\sqrt{3}\lambda|}{2\sqrt{2}\times\sqrt{3\lambda^2+12\lambda^2+(4-5\lambda)^2}}=\frac{\sqrt{6}}{8}$，…

……………………………………………………………………………………… 11 分

化简得 $9\lambda^2-9\lambda+2=0$，解得 $\lambda=\frac{1}{3}$或 $\lambda=\frac{2}{3}$，即存在实数 $\lambda=\frac{1}{3}$或 $\lambda=\frac{2}{3}$，使得平面 AMC 与平面 MCD 的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{8}$. ……………………………………………………… 12 分

自主选拔在线 微信号：zizzsw