

老教材老高考五省联考

2023—2024 学年高三年级(一联)考试

数学(理)

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知命题 $p: \exists x \in (0, +\infty), \ln x + x < 0$, 则 $\neg p$ 为
 A. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x + x < 0$ B. $\exists x \notin (0, +\infty), \ln x + x < 0$
 C. $\forall x \notin (0, +\infty), \ln x + x \geq 0$ D. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x + x \geq 0$
2. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ | x < 4\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B$ 等于
 A. $\{-2, -1, 2, 3\}$ B. $\{-1, 2, 3\}$
 C. $\{-2, -1, 0, 2, 3\}$ D. \emptyset
3. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ”是“ $\triangle ABC$ 为直角三角形”的
 A. 充要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 设 a, b, c 为正实数且 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是
 A. $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ B. $a - \frac{1}{b} > b - \frac{1}{a}$
 C. $a(c^2 + 1) > b(c^2 + 1)$ D. $\ln(a - b) > 0$
5. 若 $\frac{\sin(\pi - \theta) + \cos(\theta - 2\pi)}{\sin \theta + \cos(\pi + \theta)} = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \theta$ 等于
 A. 1 B. -1 C. 2 D. 3
6. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_a x - a, & x > 0, \\ 3^{x+1} - 1, & x \leq 0, \end{cases}$ 若 $f(a) = 3$, 则 $f(-a)$ 等于
 A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{8}{9}$ C. 2 D. $\frac{2}{3}$

数学(理)试题 第 1 页(共 4 页)

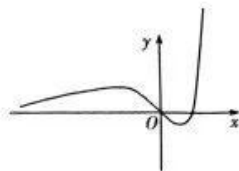
7. 如图可能是下列哪个函数的图象

A. $y = \frac{x}{\ln x}$

B. $y = 2^x - x^2 - 1$

C. $y = (x^2 - x)e^x$

D. $y = \frac{3^x \sin x}{5^x + 1}$



8. 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $(-3, 2)$, 则不等式 $cx^2 + bx + a > 0$ 的解集是

A. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

B. $(-2, 3)$

C. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$

D. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

9. 设变量 x, y 满足线性约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + 2y \geq 0, \\ 0 \leq y \leq m, \end{cases}$ 且 $z_1 = x + y$ 的最大值为 6, 则 $z_2 = 2x + y$ 的最小值为

A. -9

B. -11

C. 2

D. 8

10. 设 $a = \log_2 0.2, b = \log_{0.5} 3, 5^c = \frac{1}{4}$, 则 a, b, c 的大小关系是

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $c > b > a$

D. $a > b > c$

11. 设函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象为曲线 E, 则下列结论正确的是

A. $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 是曲线 E 的一个对称中心

B. 若 $x_1 \neq x_2, f(x_1) = f(x_2) = 0$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$

C. 将曲线 $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ 上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到的曲线与曲线 E 重合

D. 将曲线 $y = \sin 2x$ 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到的曲线与曲线 E 重合

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}, f(x-1)$ 为奇函数, $f(x+1)$ 为偶函数, 当 $x \in (-1, 1]$ 时, $f(x) = -2x^2 + 2$, 则下列结论正确的是

A. $f(\frac{11}{3}) = -\frac{17}{3}$

B. $f(x-7)$ 为奇函数

C. 方程 $f(x) + \ln|x| = 0$ 仅有 10 个实数解

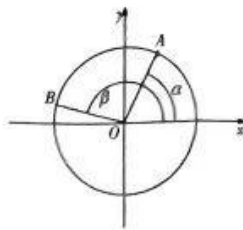
D. $f(x)$ 在 $(10, 12)$ 上为减函数

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = f'(\frac{\pi}{4}) \cos x + \sin x$, 则 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值为 _____

14. 一艘海轮从 A 处出发, 以 40 n mile/h 的速度沿南偏东 40° 的方向直线航行, 30 min 后到达 B 处, 在 C 处有一座灯塔, 海轮在 A 处观察灯塔, 其方向是南偏东 70° , 在 B 处观察灯塔, 其方向是北偏东 65° , 那么 B, C 两点间的距离是 _____ n mile.

15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点在坐标原点, 以 x 轴非负半轴为始边的锐角 α 与钝角 β 的终边与单位圆 O 分别交于 A, B 两点, 已知点 A 的横坐标为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 点 B 的纵坐标为 $\frac{\sqrt{2}}{10}$. 那么 $\tan(\alpha + \beta) =$ _____ ;
 $2\alpha - \beta =$ _____ .



16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x(x-1), & x > 0, \\ e^{-x} + kx + \frac{k}{2}, & x < 0 \end{cases}$ ($e \approx 2.718 \dots$ 为自然对数的底数), 若关于 x 的方程

$f(x) + f(-x) = 0$ 仅有四个不同的解, 则实数 k 的取值范围是 _____ .

三、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知集合 $A = \{x | a-1 < x < 2a+3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$.

① 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cap B$;

② 若 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = A$, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知二次函数 $f(x) = x^2 + nx$, 且 $f(2) = 0$. 幂函数 $y = (n^2 - 3n + 3)x^{n^2 + n - 3}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 是否存在实数 $a, b (a < b)$, 使得 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的值域为 $[2a, 2b]$? 若存在, 求出 a, b 的值; 若不存在, 请说明理由.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \sin^4 x + \sqrt{3} \sin 2x - \cos^4 x + m$ 的最小值为 1

(1) 求常数 m 的值;

(2) 当 $x \in [0, \pi]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}b - a \sin C = \sqrt{3}c \cos A$.

(1) 求 C ;

(2) 若 $c=3$, $\angle ACB$ 的平分线 CD 交 AB 于点 D , 且 $CD=2$. 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12分) 某医疗器械公司为了进一步增加市场竞争力, 计划改进技术生产某产品. 已知生产该产品的年固定成本为300万元, 最大产能为100台. 每生产 x 台, 需另投入成本 $G(x)$ 万元, 且

$$G(x) = \begin{cases} 2x^2 + 80x, & 0 < x \leq 40, \\ 3600 - 2100x, & 40 < x \leq 100 \end{cases}$$

由市场调研知, 该产品每台的售价为200万元, 且

全年内生产的该产品当年能全部销售完.

(1) 写出年利润 $W(x)$ (万元)关于年产量 x (台)的函数解析式(利润=销售收入-成本);

(2) 当该产品的年产量为多少台时, 公司所获利润最大? 最大利润是多少万元?

22. (12分) 已知函数 $f(x) = x + \ln x$.

(1) 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq mx - 1$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(2) 设 $h(x) = f(x) + (2-x)e^x$ 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上的最小值为 a , 求证: $(a+4)e^2 > 0$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

