

2024 届高三第一次联考 文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	C	A	B	B	B	A	C	D	A	D	B

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 0 14. -2 15. $[\frac{2}{3}, 2]$ 16. $\frac{2}{\ln 2} - 1$

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分)

解：(1) 甲的成绩从低到高依次为 10.54, 10.49, 10.37, 10.31, 10.25, 10.11, 10.04, 10.03, 9.97, 9.97,

所以这 10 次成绩的中位数为 $\frac{10.25+10.11}{2} = 10.18$,3 分

平均数为 $\frac{1}{10}(10.54+10.49+10.37+10.31+10.25+10.11+10.04+10.03+9.97+9.97) = 10.208$;

.....6 分

(2) 设 10.32, 10.06, 9.99, 9.83, 9.91 依次为 A, B, a, b, c ,

从乙的 5 次成绩中任选 3 次的基本事件有 $\{A, B, a\}, \{A, B, b\}, \{A, B, c\}, \{A, a, b\}, \{A, a, c\}, \{A, b, c\},$
 $\{B, a, b\}, \{B, a, c\}, \{B, b, c\}, \{a, b, c\}$ 共 10 种,9 分

恰有两次成绩“破十”的基本事件是 $\{A, a, b\}, \{A, a, c\}, \{A, b, c\}, \{B, a, b\}, \{B, a, c\}, \{B, b, c\}$
 共 6 种,11 分

设恰有两次成绩“破十”的概率为 P , 则 $P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$12 分

18. (12 分)

解：(1) 由 $c(c-a) = (b-a)(b+a)$ 得: $a^2 + c^2 - b^2 = ac$,2 分

由余弦定理 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{ac}{2ac} = \frac{1}{2}$,4 分

又 $B \in (0, \pi)$,5 分

所以 $B = \frac{\pi}{3}$;6 分

(2) $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$,

$|\overrightarrow{BD}|^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{4}(a^2 + c^2 + ac)$ 8 分

化简得: $a^2 + c^2 = 16 - ac \dots 2ac$, 解得: $ac \leq \frac{16}{3}$,10 分

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B \leq \frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$12 分

19. (12分)

解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC \perp BA$, 又 $BB_1 \perp$ 平面 ABC , 故 $BC \perp BB_1$,3分

又 $BA \cap BB_1 = B$,

所以 $BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , $BC \subseteq$ 平面 A_1BC ,

故平面 $A_1BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ,6分

(2) $V_{A_1-ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$,8分

$S_{\triangle A_1BC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$,10分

由等体积法: $V_{A-A_1BC} = V_{A_1-ABC}$,

得: $\frac{1}{3} S_{\triangle A_1BC} h = \frac{4}{3}$,

解得: $h = \sqrt{2}$12分

20. (12分)

解: (1) $\because b=1$, $\triangle PF_1F_2$ 的面积最大值为 $bc = \sqrt{3}$, 且 $a^2 - b^2 = c^2$,

$\therefore a=2$, $b=1$, $c=\sqrt{3}$,2分

$\therefore$ 椭圆 E 的方程为: $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$;4分

(2) ①当直线 l 斜率不存在时, $M(-1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $N(-1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, $P(0,1)$,

$k_1 + k_2 = \frac{y_1 - 1}{x_1} + \frac{y_2 - 1}{x_2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2$,6分

②当直线 l 斜率存在时, 设直线 l 方程为 $y = k(x+1) - 1$, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, $P(0,1)$,

由 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = kx + (k-1) \end{cases}$ 联立解得: $(4k^2 + 1)x^2 + 8k(k-1)x + 4(k^2 - 2k) = 0$ 8分

$\Delta > 0$, 由韦达定理知: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-8k(k-1)}{4k^2 + 1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{4(k^2 - 2k)}{4k^2 + 1} \end{cases}$, $\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2(k-1)}{2-k}$,

$y_1 = kx_1 + (k-1)$, $y_2 = kx_2 + (k-1)$,9分

$k_1 + k_2 = \frac{y_1 - 1}{x_1} + \frac{y_2 - 1}{x_2} = \frac{y_1 x_2 - x_2 + y_2 x_1 - x_1}{x_1 x_2} = \frac{y_1 x_2 - x_2 + y_2 x_1 - x_1}{x_1 x_2}$
 $= \frac{2kx_1 x_2 + (k-2)(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = 2k + (k-2) \frac{2(k-1)}{2-k} = 2$,11分

综上所述, $k_1 + k_2$ 为定值 2.12分

21. (12 分)

解: (1) $\because m = 0$,

$$\therefore f(x) = x^2 \ln x + x \ln x, \quad x > 0, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore f(1) = 0,$$

$$\therefore f'(x) = (2x+1)\ln x + x + 1, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore f'(1) = 2,$$

$$\therefore f(x) \text{ 在 } (1, 0) \text{ 处的切线方程为: } y - 0 = 2(x - 1), \text{ 即 } y = 2(x - 1); \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 当 } m = 2 \text{ 时, } F(x) = \frac{2}{3}g(x) + f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x + (x^2 + x)\ln x, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$F'(x) = (2x+1)(\ln x + x), \quad x > 0, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{令 } h(x) = \ln x + x,$$

函数 $h(x) = \ln x + x$ 单调递增,

$$\text{故存在唯一 } x_0, \text{ 使得 } h(x_0) = 0, \text{ 即 } \ln x_0 + x_0 = 0, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x \in (0, x_0) \text{ 时, } F'(x) < 0, \quad F(x) \text{ 单调递减,} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x \in (x_0, +\infty) \text{ 时, } F'(x) > 0, \quad F(x) \text{ 单调递增,} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{故 } F(x)_{\min} = F(x_0) = -\frac{1}{3}x_0^3 - x_0^2 - x_0 = -x_0\left(\frac{1}{3}x_0^2 + x_0 + 1\right) < 0, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{故 } F(x) < 0 \text{ 有解.} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. (10 分)

$$\text{解: (1) 直线 } l \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha \\ y = -1 + t \sin \alpha \end{cases}, \quad (t \text{ 为参数}),$$

$$\text{转换为直角坐标方程为 } \sin \alpha x - \cos \alpha y - \cos \alpha - \sin \alpha = 0, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{曲线 } C \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}, \quad (\theta \text{ 为参数}),$$

$$\text{转换为直角坐标方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1; \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 方法一 (几何意义):

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程, 整理得关于 t 的方程

$$(9\cos^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha)t^2 + (18\cos \alpha - 8\sin \alpha)t - 23 = 0, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

因为曲线 C 截直线 l 所得线段的中点 $(1, -1)$ 在 C 内,

所以方程有两个解, 设为 t_1, t_2 ,

$$\text{则 } t_1 + t_2 = 0, \text{ 故 } 18\cos \alpha - 8\sin \alpha = 0,$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的斜率 } k = \tan \alpha = \frac{9}{4}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的直角坐标方程 } 9x - 4y - 13 = 0,$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的极坐标方程 } 9\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta - 13 = 0. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

方法二（点差法）：

设直线 l 与曲线 C 的两个交点分别为 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

$$\text{代入椭圆方程得} \begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{9} = 1 \\ \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{9} = 1 \end{cases}, \text{两式作差} k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{9}{4}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以直线 l 的直角坐标方程 $9x - 4y - 13 = 0$,

所以直线 l 的极坐标方程 $9\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta - 13 = 0$10 分

23. (10 分)

解：(1) 方法一（几何意义）：

当 $a = 3$ 时, $f(x) = |x - 3| + |x - 1|$,

即数轴上任意一点到 1 和 3 的距离之和,

当 $1 \leq x \leq 3$ 时, $f(x)_{\min} = 2$;5 分

方法二（去绝对值）

$$f(x) = \begin{cases} 4 - 2x, & x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \leq 3 \\ 2x - 4, & x > 3 \end{cases}, \text{结合函数图象知} f(x)_{\min} = 2; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 依题意知, $f(x) = |x - a| + |x - 1| \geq 2$ 恒成立,

$\therefore 2 \leq f(x)_{\min}$,6 分

由绝对值三角不等式得: $f(x) = |x - a| + |x - 1| \geq |(x - a) + (1 - x)| = |1 - a|$,

即 $f(x)_{\min} = |1 - a|$,8 分

$\therefore |1 - a| \geq 2$, 即 $a - 1 \geq 2$ 或 $a - 1 \leq -2$,

解得 $a \geq 3$ 或 $a \leq -1$,

又 $a > 0$,

所以 $a \geq 3$,

所以 a 的最小值为 3.10 分

解析:

1. 解: 集合 A : 由 $x^2 - 2x - 3 > 0$, 解得: $x < -1$ 或 $x > 3$, 故 $\partial_U A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 集合 B : 函数 $\log_3 x$ 的

定义域为: $x > 0$, 则 $(\partial_U A) \cap B = \{x | 0 < x \leq 3\}$, 故选 C.

2. 解: $3^\alpha = 9$, 则 $\alpha = 2$, 故选 C.

3. 解: 由 $\frac{3+ai}{1-i} = 2+i$ 得, $3+ai = (1-i)(2+i) = 3-i$, 所以 $a = -1$, $z = 1-i$, $|z| = \sqrt{2}$, 故选 A.

4. 解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A > 0$, 则 $A \in (0, \frac{\pi}{2})$, 不能说明 $\triangle ABC$ 就是锐角三角形; 但 $\triangle ABC$ 是锐角三角

形时, 可得 $\cos A > 0$. 所以 “ $\cos A > 0$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为锐角三角形” 的必要不充分条件, 故选 B.

5. 解: 由韦达定理: $a_2 a_6 = m$, 由等比数列的等积性知, $m = a_2 a_6 = a_3 a_5 = (a_4)^2 = 3a_4$, 所以 $a_4 = 3$, $m = 9$, 故选 B.

6. 解: 易知 $a \parallel b$, 则 $2n = 1 - m$, $m + 2n = 1$, $m > 0$, $n > 0$,

$$\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{n}\right)(m + 2n) = \frac{2m}{n} + \frac{2n}{m} + 5 \geq 2\sqrt{\frac{2m}{n} \cdot \frac{2n}{m}} + 5 = 9,$$

当且仅当 $\frac{2m}{n} = \frac{2n}{m}$, 即 $m = n = \frac{1}{3}$ 时取等号, 故选 B.

7. 解: $2^{|x|}$ 为偶函数, $e^x - e^{-x}$ 为奇函数, 故 $f(x)$ 为奇函数, 排除 B, D; 又 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 故选 A.

8. 解: 易知: $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BN}$, 设 $\overrightarrow{BH} = \lambda\overrightarrow{BD} = \lambda(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = 2\lambda\overrightarrow{BN} + 3\lambda\overrightarrow{BM}$, 由 M, H, N 三点

共线可得: $2\lambda + 3\lambda = 1$, $\lambda = \frac{1}{5}$, 故选 C.

9. 解: 由 $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 得: $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha$, 故 $\tan \alpha = 2$,

$$\text{所以 } \frac{3\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7, \text{ 故选 D.}$$

10. 解: $x \in [0, 2]$ 时, $h(x) = (2-x)(\ln a)^2 - 4\ln a + x + 2 = [1 - (\ln a)^2]x + 2(\ln a)^2 - 4\ln a + 2 \dots 0$, $\begin{cases} h(0) \dots 0 \\ h(2) \dots 0 \end{cases}$,

解得: $0 < a < e$, 故选 A.

11. 解: 依题意, $a = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{4}}$, $b = (\frac{2}{3})^{\frac{1}{5}}$, $\therefore a^{12} = \frac{1}{27} = \frac{3}{81} < b^{12} = \frac{16}{81} < 1$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{5} = \log_2 2.5 > 1$, 所以 a, b ,

c 的大小关系为 $c > b > a$, 故选 D.

12. 解: $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x < 1 \\ -x^2 + 2x + a = -(x-1)^2 + a+1, & x \geq 1 \end{cases}$, 根据相关图象, 要使 $f(x) = -\frac{1}{5}$ 有 3 个实数解, 只

需: $a+1 \dots -\frac{1}{5}$, 即 $a \dots -\frac{6}{5}$, 故选 B.

13. 解: $f(-3) = (\frac{1}{2})^{-3} = 8$, $f(8) = \tan(\frac{8\pi}{32}) - 1 = 0$.

14. 解: 由 $S_n = n^2 - 4n$ 可知, 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $S_3 = 3^2 - 4 \times 3 = -3$, 又 $S_3 = \frac{(a_1 + a_3) \times 3}{2} \Rightarrow a_1 + a_3 = -2$.

15. 解: 易知, $f(x) = e^{|x|}$, 当 $x \geq 0$ 是单调递增函数, 由 $f(x) \leq f(2x-2)$ 即 $|x| \leq |2x-2|$, 解得 $\frac{2}{3} \leq x \leq 2$.

16. 解: 由 $(\frac{1}{t-1} + m) \ln t \geq 2$ 可得, $m \geq \frac{2}{\ln t} - \frac{1}{t-1}$,

$$\text{令 } g(t) = \frac{2}{\ln t} - \frac{1}{t-1}, \quad t \in (1, 2]$$

$$\therefore g'(t) = -\frac{2}{t \cdot (\ln t)^2} + \frac{1}{(t-1)^2} = \frac{t \cdot (\ln t)^2 - 2(t-1)^2}{t(t-1)^2(\ln t)^2} = \frac{(\ln t)^2 - 2 \frac{(t-1)^2}{t}}{(t-1)^2(\ln t)^2} = \frac{(\ln t)^2 - 2t + \frac{2}{t} + 4}{(t-1)^2(\ln t)^2},$$

$$\text{令 } h(t) = (\ln t)^2 - 2t + \frac{2}{t} + 4, \quad t \in (1, 2]$$

$$\therefore h'(t) = \frac{1}{t} \cdot 2 \ln t - 2 + \frac{2}{t^2} = \frac{2 \ln t - 2t + \frac{2}{t}}{t^2},$$

$$\text{令 } \varphi(t) = 2 \ln t - 2t + \frac{2}{t}, \quad t \in (1, 2],$$

$$\therefore \varphi'(t) = \frac{2}{t} - 2 - \frac{2}{t^2} = 2 \cdot \frac{-t^2 + t - 1}{t^2} = -2 \cdot \frac{(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}{t^2} < 0,$$

所以 $\varphi(t)$ 在 $(1, 2]$ 上单调递减, 所以 $\varphi(t) < \varphi(1) = 0$,

$\therefore h'(t) < 0$, 所以 $h(t)$ 在 $(1, 2]$ 上单调递减,

所以 $h(t) < h(1) = 0$,

$\therefore g'(t) < 0$,

$\therefore g(t)$ 在 $(1, 2]$ 上单调递减,

$$\therefore g(t) \geq g(2) = \frac{2}{\ln 2} - 1,$$

所以实数 m 的最大值为 $\frac{2}{\ln 2} - 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线