

2023~2024 学年高三第三次联考（月考）试卷

文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
 2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
 3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
 4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、函数、导数及其应用、三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量（约 30%）；数列、不等式（约 70%）。
- 一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x = 0\}$, $B = \{x | x^2 < 16\}$, 则下列关系正确的是 ()
A. $A \cup B = A$ B. $A \cap B = \emptyset$ C. $A \cap B = A$ D. $\complement_U A \subseteq \complement_U B$
2. 若实数 a, b 满足 $a < b < 0$, 则 ()
A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ab < b^2$ C. $-ab < -a^2$ D. $a + \frac{1}{b} < b + \frac{1}{a}$
3. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则 $\left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ 是 $-1 < \log_2 x < 2$ 成立的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 8$, $a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 = 24$, 则 $a_9 \cdot a_{10} \cdot a_{11} =$ ()
A. 48 B. 72 C. 96 D. 112
5. 在中国古代, 人们用圭表测量日影长度来确定节气, 一年之中日影最长的一天被定为冬至。从冬至算起, 依次有冬至、小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气, 其日影长依次成等差数列, 若冬至、立春、春分日影长之和为 31.5 尺, 小寒、雨水、清明日影长之和为 28.5 尺, 则谷雨日影长为 ()
A. 8.5 尺 B. 7.5 尺 C. 6.5 尺 D. 5.5 尺
6. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 在区间 $(-2, 1)$ 上有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是 ()
A. $\left(-\frac{6}{5}, -1\right)$ B. $\left(-\frac{6}{5}, 1\right)$ C. $\left(-\infty, -\frac{6}{5}\right) \cup (-1, +\infty)$ D. $\left(-\infty, -\frac{6}{5}\right) \cup (1, +\infty)$
7. 已知 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 且 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\cos 2\beta = -\frac{3}{5}$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ ()
A. $\frac{16}{65}$ B. $\frac{33}{65}$ C. $\frac{56}{65}$ D. $\frac{63}{65}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 且 $a_n = \begin{cases} (2a-1)n+4, & n \leq 5, \\ (4-a)^{n-4}+15, & n > 5, \end{cases}$ 则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{20}{11}\right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{20}{11}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, 2\right]$ D. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

9. 已知 $a > 0, b > 0$ 且 $3a+b=2$, 则 $\frac{1}{3a+1} + \frac{2}{b+1}$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{24}{5}$ C. $\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

10. 定义“等方差数列”: 如果一个数列的各项都是实数, 且从第二项起, 每一项与它前一项的平方差是相同的常数, 那么这个数列就叫做等方差数列, 这个常数叫做该数列的公方差. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 是

等方差数列, 且公方差为 3, $a_1=1$, 则数列 $\left\{\frac{1}{a_n+a_{n+1}}\right\}$ 的前 33 项的和为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

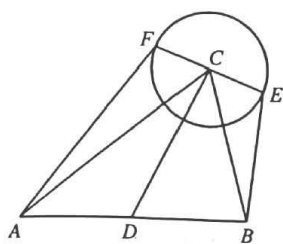
11. 将函数 $f(x) = 2\sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把图象上的所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$)

(纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 ()

- A. $\left(0, \frac{2}{3}\right]$ B. $\left(0, \frac{1}{3}\right]$ C. $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点, $AB=4, CD=3$, EF 是圆心为 C 、半径为 1 的圆的动直径, 则

$\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的取值范围是 ()



- A. $[-2, 5]$ B. $[-1, 7]$ C. $[0, 8]$ D. $[1, 9]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ 2x-y+3 \geq 0, \\ x-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z=4x+y$ 的最小值为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = \begin{cases} 3 + a_{n-2}, & n \geq 3, n \text{ 为奇数}, \\ 2a_{n-2}, & n \geq 3, n \text{ 为偶数}, \end{cases}$ 则数列 $\{a_n\}$ 的前 12 项和为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{1-e^x}{e^x+1} - \ln(x+\sqrt{x^2+1})$, 若对任意的 $x \in \mathbf{R}, f(ax^2-x) + f(-x+1) < 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_{n+1} = 2S_n + 1, n \in \mathbf{N}^*$, 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , 则 $\frac{a_{n+1}^2}{T_n}$ 的最大值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $2a_1 + 3a_2 = 1, a_3^2 = 9a_4a_8$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = a_n + \log_3 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin B \sin C = \frac{1}{4}, \tan B \tan C = \frac{1}{3}$.

(1) 求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形;

(2) 若 $a = 4\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长和面积.

19. (本小题满分 12 分)

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 = 3, a_n = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}} (n \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } n \geq 2)$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分 12 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, 设 $b_n = a_{n+1} - a_n$.

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 设 $c_n = \frac{a_{n+1}}{(1+b_n) \cdot (2^n+1)}$, 记数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 求证: $T_n < 1$.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_1 + 3^2a_2 + \cdots + 3^n a_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1} + 3}{4}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = (-1)^n a_n^2$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x-4)e^x - a\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right) (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a \leq 0$, 求 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 3)$ 上存在两个极值点, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线