

石家庄市2024届普通高中学校毕业年级教学质量摸底检测

数 学

(时间120分钟, 满分150分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时, 选出每小题的答案后, 用2B铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。

3. 在答题卡上与题号相对应的答题区域内答题, 写在试卷、草稿纸上或答题卡非题号对应的答题区域的答案一律无效。不得用规定以外的笔和纸答题, 不得在答题卡上做任何标记。

一、选择题: 本题共8小题, 每小题5分, 共40分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

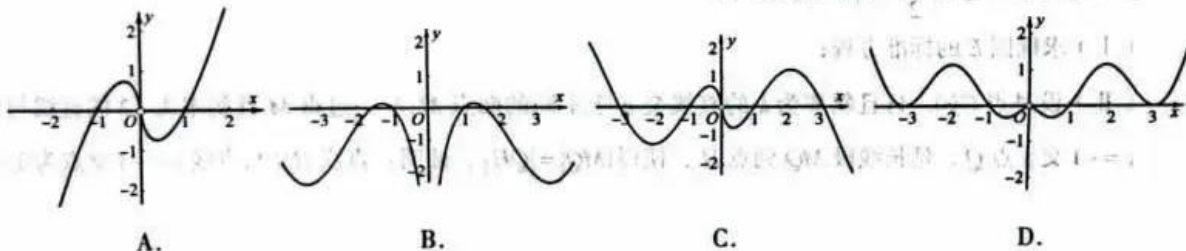
1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. 已知复数 $z = \frac{i}{1+2i}$, 则 $\bar{z} =$

- A. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$ B. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ C. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ D. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

3. 函数 $f(x) = \sin x \cdot \ln x^2$ 的图象大致为



4. 已知向量 a, b, c 满足 $|a| = \sqrt{19}$, $|b| = |c| = 1$, $a + 2b + 3c = 0$, 则 $b \cdot c =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 已知圆锥的底面半径为2, 其侧面展开图为一个半圆, 则该圆锥的表面积为

- A. 4π B. 8π C. 12π D. 20π

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, S_n 为其前 n 项和, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = 3$, $a_4 + a_5 + a_6 = 9$, 则 $S_{12} =$

- A. 27 B. 39 C. 81 D. 120

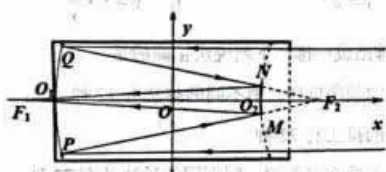
7. 已知动点 M 到两个定点 $O(0,0)$, $A(4,0)$ 的距离之比为 $\frac{1}{3}$, 过点 M 作圆 $C: \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = 4$ 的切线, 切点为 P , 则 $|MP|$ 的最小值为
- A. $\frac{\sqrt{33}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{7}{2}$
8. 已知 $\tan(\alpha + \beta)$, $\tan(\alpha - \beta)$ 是方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两个实数根, 则 $\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\beta} =$
- A. -2 B. -1 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 2

二、选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.

9. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是
- A. $y = x^4$ B. $y = 2^{x^4}$ C. $y = x + \frac{1}{x}$ D. $y = x - \frac{1}{x}$
10. 甲、乙、丙、丁、戊五人并排站成一排, 下列说法正确的是
- A. 若甲、乙、丙按从左到右的顺序排列, 则不同的排法有 12 种
- B. 若甲、乙不相邻, 则不同的排法有 72 种
- C. 若甲不能在最左端, 且乙不能在最右端, 则不同的排法共有 72 种
- D. 如果甲、乙必须相邻且乙在甲的右边, 则不同的排法有 24 种
11. 已知一组样本数据 $x_i (i=1, 2, 3, \dots, 20)$, 其中 $x_i (i=1, 2, 3, \dots, 20)$ 为正实数. 满足 $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{20}$, 下列说法正确的是
- A. 样本数据的第 50 百分位数为 x_{10}
- B. 去掉样本的一个数据, 样本数据的极差可能不变
- C. 若数据的频率分布直方图为单峰不对称, 且在左边“拖尾”, 则样本数据的平均数小于中位数
- D. 样本数据的方差 $s^2 = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i^2 - 16$, 则这组样本数据的总和等于 80
12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 直线 B_1D_1 在平面 α 内, M, N 分别是棱 A_1B_1, CD 上的两点, 满足 $A_1M=2MB_1, CN=2ND$, 则下列说法正确的是
- A. $BM \parallel$ 平面 AD_1N
- B. 异面直线 AN 与 CD_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C. 三棱锥 $M-ACD_1$ 的体积与三棱锥 $N-ACD_1$ 的体积之比为 5 : 2
- D. 直线 AB_1 与平面 α 所成角最大时, CD_1 与平面 α 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。（第16小题的第一个空2分，第二个空3分）。

13. $(1-2x)^6$ 的展开式中 x^3 的系数为 _____。
14. 已知函数 $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$, $x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$, 若函数 $f(x)$ 的值域为 $[a, b]$, 则 $a+b =$ _____。
15. 已知 $x, y \in (0, +\infty)$, 且满足 $2x+4y-xy=0$, 则 $2x+y$ 的最小值为 _____。
16. 综合应用抛物线和双曲线的光学性质, 可以设计制造反射式天文望远镜, 这种望远镜的特点是, 镜筒可以很短而观察天体运动又很清楚. 例如, 某天文仪器厂设计制造的一种镜筒长为 72cm 的反射式望远镜, 其光学系统的原理如图(中心截面示意图)所示. 其中, 一个反射镜 MO_2N 弧所在的曲线为双曲线 A 的一个分支, 另一个反射镜 PO_1Q 弧所在的曲线为抛物线 B . 已知 F_1, F_2 是双曲线的两个焦点, 且关于点 O 对称, 其中 F_2 同时又是抛物线的焦点, 若尺寸满足 $O_1F_2 = 73\text{cm}$, $O_2F_1 = 72\text{cm}$, $O_1F_1 = 1\text{cm}$, 则双曲线 A 的方程为 _____, 抛物线 B 的方程为 _____。



四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分10分)
- 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_3 = 5, S_4 = 64$.
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{1}{2}$.
18. (本小题满分12分)
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ABC = 150^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2\sqrt{3}$.
- (I) 求 $\sin \angle BAC$;
- (II) 若 D 为 AC 上一点, 且 $\angle ABD = 90^\circ$, 求 $\triangle BCD$ 的面积.

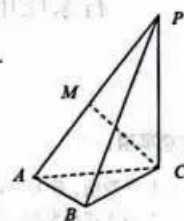


19. (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 平面 ABC , $AB=BC=\frac{1}{2}PC=2$, $PA=2\sqrt{6}$.

(I) 求证: $AB \perp$ 平面 PBC ;

(II) 若 M 是 PA 的中点, 求 CM 与平面 PAB 所成角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

某单位组织“乡村振兴”知识竞赛, 有甲、乙两类问题. 每位参加比赛的选手先在两类问题中选择一类并从中随机抽取一个问题回答, 若回答错误, 则该选手比赛结束; 若回答正确, 则从另一类问题中再随机抽取一个问题回答, 无论回答正确与否, 该选手比赛结束. 甲类问题中的每个问题回答正确得 30 分, 否则得 0 分; 乙类问题中的每个问题回答正确得 50 分, 否则得 0 分. 已知选手张某能正确回答甲类问题的概率为 0.9, 能正确回答乙类问题的概率为 0.7, 且能正确回答问题的概率与回答次序无关.

(I) 若选甲、乙两类问题是等可能的, 求张某至少答对一道问题的概率;

(II) 如果答题顺序由张某选择, 以累计得分多为决策依据, 说明张某应选择先回答哪类问题.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 E 经过 $A(\frac{3}{2}, -1)$, $B(0, 2)$ 两点.

(I) 求椭圆 E 的标准方程;

(II) 设过点 $C(0, -4)$ 且斜率为 k 的直线交 E 于不同的两点 M, N , 过点 M 且斜率为 -2 的直线与直线 $y=-1$ 交于点 Q , 延长线段 MQ 到点 H , 使得 $|MQ|=|QH|$, 证明: 直线 HN 与直线 $y=-1$ 交点为定点.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^{x-1} - (1-a)x$ ($a > 0$).

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 已知函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x} + \ln x - x - a$, 若函数 $g(x)$ 有三个极值点, 求 $g(x)$ 的所有极值之和的取值范围.

高三数学 第 4 页 (共 4 页)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

