

南昌市三校（一中、十中、铁一中）高三上学期第一次联考

数学试卷

试卷总分：150 分 考试时长：120 分钟

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.复数 $z = \frac{2-i}{1+2i}$ ，则 $|z|$ 等于 ()

- A.0 B. $\sqrt{5}$ C.1 D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

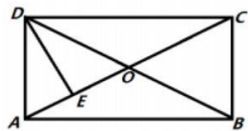
2.已知集合 $A = \{x|y = \sqrt{3-2x}\}$ ， $B = \{x|y = \lg(2^x - 1)\}$ ，则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x|0 \leq x \leq \frac{2}{3}\}$ B. $\{x|0 < x \leq \frac{3}{2}\}$ C. $\{x|0 \leq x \leq \frac{3}{2}\}$ D. $\{x|0 < x \leq \frac{2}{3}\}$

3.设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_{17} = 255$ ， $a_{10} = 20$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

- A.3 B.4 C.5 D.6

4.如图所示，矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ， E 为 AO 的中点，若 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ 则 $\lambda + \mu$ 等于 ()



- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C.1 D.-1

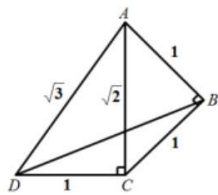
5.已知 $\{a_n\}$ 是等比数列， $a_1 > 0$ ，前 n 项和为 S_n ，则 “ $2S_8 < S_7 + S_9$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 为递增数列” 的 ()

- A.充分不必要条件 B.必要不充分条件
C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

6. $2^{\frac{1}{3}}$ ， $\log_2 6$ ， $3\log_3 2$ 的大小关系是 ()

- A. $2^{\frac{1}{3}} < \log_2 6 < 3\log_3 2$ B. $2^{\frac{1}{3}} < 3\log_3 2 < \log_2 6$
C. $3\log_3 2 < 2^{\frac{1}{3}} < \log_2 6$ D. $3\log_3 2 < \log_2 6 < 2^{\frac{1}{3}}$

7.在公元前 500 年左右的毕达哥拉斯学派的数学家们坚信，“万物皆（整）数与（整）数之比”，但后来的数学家发现了无理数，引发了数学史上的第一次数学危机.下图是公元前 400 年古希腊数学家泰特拖斯用来构造无理数 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ ，……的图形，此图形中 $\angle BAD$ 的余弦值是 ()



- A. $\frac{4-\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{4+\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$

8. 已知函数 $f(x) = \log_3(3-x) - \log_3(1+x) - x + 3$, 则函数 $f(x)$ 图象与两坐标轴围成图形的面积是 ()

- A. 4 B. $4\ln 3$ C. 6 D. $6\ln 3$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

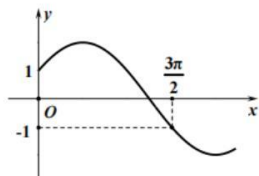
9. 设向量 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (-2, 1)$, 则 ()

- A. $\vec{a} \perp \vec{b}$ B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ C. $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$ D. $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$

10. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + m > 0$, 则“命题 p 为真命题”的一个充分条件是 ()

- A. $m > 2$ B. $m < 0$ C. $m < -1$ D. $m \geq 3$

11. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图, 则下列判断正确的有 ()



- A. 函数 $f(x)$ 的周期为 4π
- B. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 5\pi]$ 上恰好有三个零点
- D. 函数 $f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 是奇函数

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = 2^n$, 在 a_1 和 a_2 之间插入 1 个数 x_{11} , 使 a_1, x_{11}, a_2 成等差数列; 在 a_2 和 a_3 之间插入 2 个数 x_{21}, x_{22} , 使 a_2, x_{21}, x_{22}, a_3 成等差数列;; 在 a_n 和 a_{n+1} 之间插入 n 个数 $x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm}$, 使 $a_n, x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm}, a_{n+1}$ 成等差数列. 这样得到新数列 $\{b_n\}$: $a_1, x_{11}, a_2, x_{21}, x_{22}, a_3,$

$x_{31}, x_{32}, x_{33}, a_4, \dots$ 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 有下列选择支中, 判断正确的是 ()

A. $x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} = 3n \cdot 2^{n-1}$

B. $a_{10} = b_{66}$

C. $b_{72} = 3072$

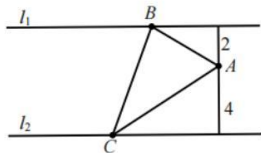
D. $S_{55} = 14337$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $\log_2 3 \cdot \log_3 4 + \log_4 8 + 5^{\log_5 2} =$ _____.

14. 设向量 $\vec{a} = (2 \cos \theta, \sin \theta)$, 向量 $\vec{b} = (1, -6)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $\frac{2 \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta + 3 \sin \theta}$ 等于 _____.

15. 如图: 直线 $l_1 // l_2$, A 是 l_1, l_2 之间的一点, 并且 A 点到 l_1, l_2 的距离分别为 2, 4, 过点 A 且夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的两条射线分别与 l_1, l_2 相交于 B, C 两点, 则 $\triangle ABC$ 面积的最小值是 _____.



16. 若 $f(x) = e^{ax+1} - x(\ln x - 2)$ ($a > 0$) 存在单调递减区间, 则正数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

如图数表中, 第 i ($i = 1, 2, 3, \dots, n, \dots$) 行中, 第 k 个数为 $\frac{k}{2^{i-1}}$, 共有 2^{i-1} 个数.

(1) 求第 n 行所有数的和;

(2) 求前 10 行所有数的和.

第 1 行	1
第 2 行	$\frac{1}{2}, 1$
第 3 行	$\frac{1}{2^2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^2}, 1$
	$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$
第 n 行	$\frac{1}{2^{n-1}}, \frac{2}{2^{n-1}}, \frac{3}{2^{n-1}}, \dots, 1$

18. (本小题满分 12 分)

已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心, $AB = 3$, $AC = 2\sqrt{2}$, $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$.

(1) 求外接圆 O 的面积;

(2) 求 $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BC}$.

19. (本小题满分 12 分)

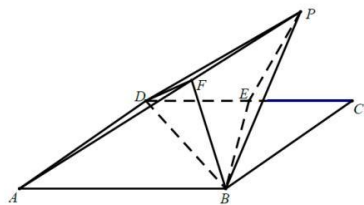
已知向量 $\vec{a} = (2 \sin \omega x, 2 \cos \omega x)$, $\vec{b} = (\sqrt{3} \cos \omega x, -\cos \omega x)$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最小正周期为 6π .

(1) 求实数 ω 的值;

(2) 已知 $\alpha, \beta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$, $f(3\alpha) = -\frac{3}{13}$, $f(3\beta + 3\pi) = -\frac{11}{5}$, 求 $\sin(\alpha - \beta)$.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $\angle BAD = 60^\circ$, 点 E 为边 CD 的中点, 沿 BE 将 $\triangle CBE$ 折起, 得到 $\triangle PBE$ 且二面角 $P-BE-A$ 的大小为 120° , 点 F 在棱 PA 上, $PE \parallel$ 平面 BDF .



(1) 求 $\frac{AF}{FP}$;

(2) 求二面角 $A-FD-B$ 的余弦值.

21. 为丰富学生的课外活动, 学校羽毛球社团举行羽毛球团体赛, 赛制采取 5 局 3 胜制, 即某队先赢得 3 局比赛, 则比赛结束且该队获胜, 每局都是单打模式, 每队有 5 名队员, 比赛中每个队员至多上场一次且上场顺序是随机的, 每局比赛结果互不影响, 经过小组赛, 最终甲乙两队进入最后的决赛, 根据前期比赛的数据统计, 甲队明星队员 M 对乙队的每名队员的胜率均为 $\frac{3}{4}$, 甲队其余 4 名队员对乙队每名队员的胜率均为 $\frac{1}{2}$. (注: 比赛结果没有平局)

(1) 若求甲队明星队员 M 在前三局比赛中出场, 记前三局比赛中, 甲队获胜局数为 X , 求随机变量 X 的分布列及数学期望;

(2) 若已知甲乙两队比赛 3 局, 甲队以 3:0 获得最终胜利, 求甲队明星队员 M 上场的概率.

22. 已知函数 $f(x) = ae^x + 2e^{-x} + (a-2)x$, ($a \in \mathbf{R}$, e 是自然对数的底数).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x) \geq (a+2)\cos x$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线