

数学试卷

考号

姓名

班级

学校

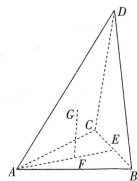
题
答
要
不
内
线
封
密

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第一册。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,点 $A(1, -3, 7)$ 到 Oxz 平面的距离为
A. 1 B. 3 C. 7 D. $\sqrt{10}$
2. 直线 $y = -x \tan 34^\circ + 5$ 的倾斜角为
A. 34° B. 56° C. 124° D. 146°
3. 已知 P 为圆 $M: (x - \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{6})^2 = 1$ 上的一动点, O 为坐标原点,则 $|OP|$ 的最大值为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 3)$ 的右顶点为 A , 上顶点为 B , C 为直线 $x = 7$ 与 x 轴的交点,若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形,则 $b =$
A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2
5. 若点 $A(4, 3)$, $B(3, 5)$ 到直线 $l: 2x + ay + 1 = 0$ 的距离相等,则 $a =$
A. 1 B. -1 C. 1 或 -2 D. -1 或 2
6. 如图,在四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别为 BC, AE 的中点, G 为 $\triangle ACD$ 的重心,则 $\vec{FG} =$
A. $-\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{12}\vec{AC} + \frac{1}{4}\vec{AD}$
B. $-\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{12}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$
C. $\frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{12}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$
D. $\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{12}\vec{AC} - \frac{1}{4}\vec{AD}$
7. 已知 F 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, O 为坐标原点,过点 F 且斜率为 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 的直线与 E 的右支交于点 M , $\vec{MN} = 3\vec{NF}$, $MF \perp ON$, 则 E 的离心率为
A. 3 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$



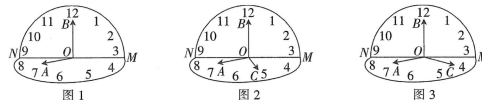
8. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 12x$ 的焦点,过点 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点,则 $|FA| \cdot |FB|$ 的最小值为

- A. 36 B. 24 C. 18 D. 9

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $M: \frac{y^2}{8} + \frac{x^2}{6} = 1$ 的上、下焦点,点 P 在椭圆 M 上,则
A. M 的长轴长为 $4\sqrt{2}$ B. M 的短轴长为 $2\sqrt{6}$
C. F_1 的坐标为 $(-\sqrt{2}, 0)$ D. $|PF_2|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$
10. 圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $M: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的公切线的方程可能为
A. $x - 2y + 2\sqrt{5} = 0$ B. $2x - y - \sqrt{5} = 0$
C. $2x - y - 2\sqrt{5} = 0$ D. $2x - y + 2\sqrt{5} = 0$
11. 已知左、右焦点分别是 F_1, F_2 的双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 上有一点 $P(m, n) (m, n > 0)$, 且 $\cos \angle F_1PF_2 = \frac{15}{16}$, 则
A. $\sin \angle F_1PF_2 = \frac{\sqrt{31}}{16}$ B. $|PF_1| |PF_2| = 16$
C. $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 31 D. $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 $12 + 2\sqrt{5}$

12. 数学探究课上,小王从世界名画《记忆的永恒》中获得灵感,创作出了如图 1 所示的《垂直时光》。已知《垂直时光》是由两块半圆形钟组件和三根指针组成的,它如同一个标准的圆形钟沿着直径 MN 折成了直二面角(其中 M 对应钟上数字 3, N 对应钟上数字 9)。设 MN 的中点为 O , $|MN| = 4\sqrt{3}$, 已知长度为 2 的时针 OA 指向了钟上数字 8, 长度为 3 的分针 OB 指向了钟上数字 12, 现在小王准备安装长度为 3 的秒针 OC (安装完秒针后,不考虑时针与分针可能产生的偏移,不考虑三根指针的粗细), 则下列说法正确的是



- A. 若秒针 OC 指向了钟上数字 5, 如图 2, 则 $OA \perp BC$
B. 若秒针 OC 指向了钟上数字 5, 如图 2, 则 $NA \parallel$ 平面 OBC
C. 若秒针 OC 指向了钟上数字 4, 如图 3, 则 BC 与 AM 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{7}$
D. 若秒针 OC 指向了钟上数字 4, 如图 3, 则四面体 $OABC$ 外接球的表面积为 $\frac{103}{3}\pi$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 $a = (-1, 0, 1)$, $b = (-2, 1, 1)$, 则 a 在 b 方向上的投影向量的坐标为 \blacktriangle 。
14. 已知 A 为抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 上一点,点 A 到 C 的焦点的距离为 9, 到 x 轴的距离为 6, 则 $p = \blacktriangle$ 。

15. 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$, 过点 $P(1, m)$, 斜率为 $\frac{3}{5}$ 的直线 l 与 M 交于 A, B 两点, 且 P 为 AB 的中点, 则 $m =$.

16. 若 A, B 是平面内不同的两定点, 动点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = k (k > 0 \text{ 且 } k \neq 1)$, 则点 P 的轨迹是一个圆, 这个轨迹最先由古希腊数学家阿波罗尼斯发现, 故被称为阿波罗尼斯圆, 简称阿氏圆. 已知 P 是圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ 上的动点, 点 $C(4, 0), D(4, 9)$, 则 $2|PD| - |PC|$ 的最大值为 .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知直线 l 经过点 $A(-2, -4)$.

(1) 若 l 经过点 $B(1, -1)$, 求 l 的斜截式方程;

(2) 若 l 在 x 轴上的截距为 -4 , 求 l 在 y 轴上的截距.

18. (12 分)

已知圆 $C_1: x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 与圆 C_2 关于直线 $l: x - y + 1 = 0$ 对称.

(1) 求 C_2 的标准方程;

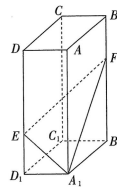
(2) 记 C_1 与 C_2 的公共点为 A, B , 求四边形 AC_1BC_2 的面积.

19. (12 分)

如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别在棱 DD_1, BB_1 上, $AB = 2, AD = 1, AA_1 = 3, D_1E = BF = 1$.

(1) 证明: $EF \perp A_1E$.

(2) 求平面 A_1EF 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值.



20. (12 分)

已知曲线 C 的方程为 $|\sqrt{(x - \sqrt{10})^2 + y^2} - \sqrt{(x + \sqrt{10})^2 + y^2}| = 2$.

(1) 说明 C 为何种圆锥曲线, 并求 C 的标准方程;

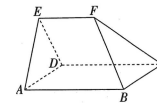
(2) 已知直线 $y = x - 4$ 与 C 交于 A, B 两点, 与 C 的一条渐近线交于 D 点, 且 D 在第四象限, O 为坐标原点, 求 $\vec{OA} \cdot \vec{OD} + \vec{OB} \cdot \vec{OD}$.

21. (12 分)

如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 为矩形, 平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AB = 4$, 正三角形 ADE 的边长为 2.

(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 $EF < AB$, 且直线 AE 与平面 BCF 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$, 求 EF 的值.



22. (12 分)

圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 称为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的蒙日圆. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, C 的蒙日圆方程为 $x^2 + y^2 = 3$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若 F 为 C 的左焦点, 过 C 上的一点 A 作 C 的切线 l_1 , l_1 与 C 的蒙日圆交于 P, Q 两点, 过点 F 作直线 l_2 与 C 交于 M, N 两点, 且 $l_1 \parallel l_2$, 证明: $|PQ|^2 + \frac{8\sqrt{2}}{|MN|}$ 是定值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线