绝密★启用前

天一大联考
"顶尖联盟"2024届高中毕业班第二次考试
数 学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $z(1-\mathrm{i})=3+5\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数 $\bar{z}=$

A. $4+4\mathrm{i}$　　B. $4-4\mathrm{i}$　　C. $-1+4\mathrm{i}$　　D. $-1-4\mathrm{i}$

2. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*|1\leqslant\log_2x<3\}$，$B=\{x|x<2$ 或 $x\geqslant5\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{2,3,4,5\}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,-4)$，$\boldsymbol{b}=(-2,m)$，若 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影向量为 $\frac{7}{5}\boldsymbol{a}$，则实数 m 值为

A. $\frac{1}{5}$　　B. 1　　C. $\frac{7}{5}$　　D. 2

4. 已知函数 $f(x)=\frac{\sin x}{(x^2+2x)(x+a)}$ 为偶函数，则 $a=$

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 2

5. 斐波那契数列，又称黄金分割数列，指的是这样一个数列：1，1，2，3，5，8，…，这个数列从第3项开始，每一项都等于前两项之和. 小李以前6项数字的某种排列作为他的银行卡密码，如果数字1与2不相邻，则小李可以设置的不同的密码个数为

A. 144　　B. 120　　C. 108　　D. 96

6. 函数 $f(x)=\left|\log_2\frac{1-x}{x}\right|$ 的单调递增区间为

A. $(0,1)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

7. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F，离心率为 $\frac{1}{2}$，直线 $x=m(-a<m<a)$ 与 E 交于 A,B 两点，$\triangle ABF$ 周长的最大值为 8，则 E 的方程为

A. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$　　D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

8. 已知 $0<a<1$，若函数 $f(x)=a^x\ln a-ex$ 有两个不同的零点，则 a 的取值范围是

A. $\left(0,\frac{1}{e}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{e},1\right)$　　C. $\left(0,\frac{1}{2e}\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2e},\frac{1}{e}\right)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 设数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $a_n=f(n)$，$f(b_n)=n$，则下列函数 $f(x)$ 使得 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 有相等的项的是

A. $f(x)=2x+1$　　B. $f(x)=\frac{1}{x+1}$　　C. $f(x)=2^x$　　D. $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

10. 已知函数 $f(x)=\left|\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|-\left|\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\right|$，则

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π　　B. $f(x)$ 为奇函数

C. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增　　D. $x=\frac{k\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$ 是 $f(x)$ 的零点

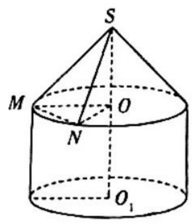
11. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具之一，如图所示，某陀螺可以视为由圆锥 SO 和圆柱 OO_1 组合而成的几何体，点 M、N 在圆锥 SO 的底面圆周上，且 $\triangle SMN$ 的面积为 $\sqrt{7}$，$\sin\angle MSN=\frac{\sqrt{7}}{4}$，圆锥 SO 的侧面积为 $4\sqrt{2}\pi$，圆柱 OO_1 的母线长为 3，则

A. SM 与圆锥底面所成的角为 $45°$

B. 该几何体的体积是 $\frac{44\pi}{3}$

C. 点 O_1 到 $\triangle SMN$ 所在平面的距离为 $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

D. 该几何体可以被整体放入半径为 3 的球形容器（容器壁厚度忽略不计）中



12. 某种疾病的患病率为 5%，通过验血诊断该病的误诊率（将未患病者判定为阳性的概率）为 10%，漏诊率（将患病者判定为阴性的概率）为 20%，每人的诊断结果互不影响，则下列说法正确的是

A. 任选 1 人进行验血，诊断结果为阳性的概率为 15%

B. 任选 1 人进行验血，诊断结果正确的概率为 89.5%

C. 对 2 名未患病者和 1 名患病者进行验血，诊断结果均正确的概率大于 65%

D. 若某人验血的诊断结果是阳性，则该人患病的概率为 $\frac{8}{27}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知圆 $C:x^2+y^2-4x-2y=m+1$ 不经过第三象限，则实数 m 的最大值为__________.

14. 已知 O 为坐标原点，过抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点 F 的直线与 C 交于 A,B 两点，其中 A 在第一象限，$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OF}$，若 $|AF|=|AM|$，则 $|AB|=$__________.

15. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2,AA_1=4$，平面 α 与棱 AA_1,BB_1,CC_1,DD_1 分别交于点 M,E,N,F，其中 E,F 分别是 BB_1,DD_1 的中点，且 $A_1C\perp ME$，则 $A_1M=$__________.

16. 已知 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\Big)$，若 $\tan(x+y)+\tan(x-y)=4\sin 2x$，则 $\cos x\cos y$ 的最小值为________

四、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

随着寒冷冬季的到来，羽绒服进入了销售旺季，某调查机构随机调查了 400 人，询问他们选购羽绒服时更关注保暖性能还是更关注款式设计，得到以下的 2×2 列联表：

	更关注保暖性能	更关注款式设计	合计
女性	160	80	240
男性	120	40	160
合计	280	120	400

（Ⅰ）根据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，能否认为男性和女性在选购羽绒服时的关注点有差异？

（Ⅱ）若从这 400 人中按男女比例用分层随机抽样的方法抽取 5 人进行采访，再从这 5 人中任选 2 人赠送羽绒服，记 X 为抽取的 2 人中女生的人数，求 X 的分布列和数学期望.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

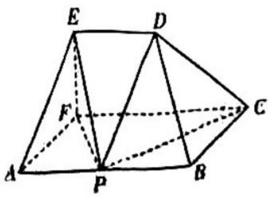
α	0.10	0.05	0.010
x_α	2.706	3.841	6.635

18.（12 分）

如图，矩形 $ABCF$ 与梯形 $FCDE$ 所在的平面垂直，DE CF，$EF\perp FC$，$AF=EF=DE=1$，$AB=2$，P 为 AB 的中点.

（Ⅰ）求证：平面 $EPF\perp$ 平面 DPC；

（Ⅱ）求平面 BCD 与平面 DPC 夹角的余弦值.



(12 分)

在数列$\{a_n\}$中,已知$a_n=2a_{n-1}-2n+4(n\geqslant 2)$,$a_1=4$.

(Ⅰ)求$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)求数列$\{2^n\cdot a_n-4^n\}$的前n项和.

(12 分)

记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,分别以a,b,c为边长的正三角形的面积依次为S_1,S_2,S_3,且$S_1-S_2-S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}bc$.

(Ⅰ)求角A;

(Ⅱ)若$b=\sqrt{7}$,D为线段BC延长线上一点,且$\angle CAD=\frac{\pi}{6}$,$BD=4CD$,求$\triangle ABC$的BC边上的高.

(12 分)

已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$实轴的左、右端点分别为$A_1,A_2$,点$P(2,1)$在$C$上,且$PA_1,PA_2$的斜率之积为$\frac{1}{2}$.

(Ⅰ)求C的方程;

(Ⅱ)已知直线l与C交于M,N两点(均与P不重合),与直线$x=2$交于点Q,且点M,N在直线$x=2$的两侧,若$|MP|\cdot|NQ|=|MQ|\cdot|NP|$,线段$MN$的中点为$R$,证明:点$R$在一条定直线上.

(12 分)

已知函数$f(x)=xe^x$.

(Ⅰ)若存在唯一的负整数x_0,使得$f(x_0)<m(x_0-1)$求m的取值范围;

(Ⅱ)若$a>0$,当$x\in(-1,+\infty)$时,$af(x)+3\geqslant\ln\frac{a(x+1)}{\quad}$,求$a$的取值范围.

数学·答案

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.

1. D　　2. C　　3. B　　4. A　　5. A　　6. D

7. B　　8. B

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 每小题全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. AC　　10. BCD　　11. ABD　　12. BD

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. -1　　14. $\frac{25}{4}$

15. 3　　16. $\frac{1}{2}$

四、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 解析　（Ⅰ）因为 $\chi^2=\frac{400\times(160\times40-80\times120)^2}{240\times160\times280\times120}=\frac{200}{63}\approx3.175$，…………（2分）

因为 $3.175<3.841$，所以不能认为男性和女性在选购羽绒服时的关注点有差异. …………（4分）

（Ⅱ）选出的男性人数为 $5\times\frac{160}{400}=2$，选出的女性人数为 $5\times\frac{240}{400}=3$，…………（5分）

由题意可得 X 的所有可能取值为0，1，2，…………（6分）

$P(X=0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$，$P(X=1)=\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$，$P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$，…………（8分）

故 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

…………（9分）

所以 X 的数学期望 $E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$. …………（10分）

18. 解析　（Ⅰ）因为 $EF\perp FC$，平面 $EFCD\perp$ 平面 $ABCF$，

所以 $EF\perp$ 平面 $ABCF$，…………（1分）

又因为 $PC\subset$ 平面 $ABCF$，所以 $EF\perp PC$. …………（2分）

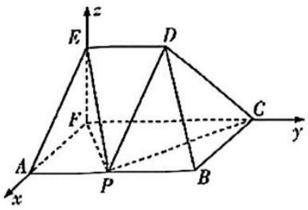
在矩形 $ABCF$ 中，$AF=1$，$AB=2$，P 为 AB 的中点，

所以 $FP=CP=\sqrt{2}$，$FC=2$，根据勾股定理可得 $FP\perp PC$. …………（3分）

因为 $EF\cap FP=F$，所以 $PC\perp$ 平面 EPF，…………（4分）

所以平面 $EPF\perp$ 平面 DPC. …………（5分）

（Ⅱ）以 F 为坐标原点，FA，FC，FE 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $D(0,1,1)$，$C(0,2,0)$，$B(1,2,0)$，$P(1,1,0)$. ………………………………（6分）

所以 $\overrightarrow{DC}=(0,1,-1)$，$\overrightarrow{DP}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{DB}=(1,1,-1)$. ………………………………（7分）

设平面 DPC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DP}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}y-z=0,\\ x-z=0,\end{cases}$

令 $y=1$，则 $\boldsymbol{n}=(1,1,1)$. ………………………………（9分）

同理可得平面 BCD 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,1,1)$. ………………………………（10分）

设平面 BCD 与平面 DPC 的夹角为 θ，

故 $\cos\theta=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{2}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，即平面 BCD 与平面 DPC 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ………………（12分）

19. **解析**　（Ⅰ）因为 $a_n=2a_{n-1}-2n+4(n\geqslant 2)$，

所以 $a_n-2n=2[a_{n-1}-2(n-1)](n\geqslant 2)$. ………………………………（2分）

所以 $\{a_n-2n\}$ 是首项为2，公比为2的等比数列. ………………………………（4分）

所以 $a_n-2n=2^n$，即 $a_n=2^n+2n$. ………………………………（6分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $2^n\cdot a_n-4^n=n\cdot 2^{n+1}$. ………………………………（7分）

设前 n 项和为 T_n，

则 $T_n=1\times 2^2+2\times 2^3+3\times 2^4+\cdots+n\times 2^{n+1}$，

$2T_n=1\times 2^3+2\times 2^4+3\times 2^5+\cdots+n\times 2^{n+2}$， ………………………………（9分）

两式相减可得

$-T_n=2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{n+1}-n\times 2^{n+2}=\dfrac{2^2(1-2^n)}{1-2}-n\times 2^{n+2}=2^{n+2}-4-n\times 2^{n+2}=(1-n)2^{n+2}-4$，

所以 $T_n=(n-1)2^{n+2}+4$. ………………………………（12分）

20. **解析**　（Ⅰ）由题意得 $S_1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$，$S_2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}b^2$，$S_3=\dfrac{\sqrt{3}}{4}c^2$， ………………………………（1分）

则 $S_1-S_2-S_3=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2-\dfrac{\sqrt{3}}{4}b^2-\dfrac{\sqrt{3}}{4}c^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}bc$，所以 $a^2-b^2-c^2=bc$， ………………………………（2分）

由余弦定理可得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\dfrac{1}{2}$， ………………………………（3分）

又 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{2\pi}{3}$. ………………………………（4分）

（Ⅱ）设 $\angle ACB=\alpha$（α 为锐角），在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

由正弦定理可得 $\dfrac{BD}{\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)}=\dfrac{AD}{\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)}$，$\dfrac{CD}{\sin\dfrac{\pi}{6}}=\dfrac{AD}{\sin(\pi-\alpha)}$， ………………………………（6分）

于是 $\dfrac{BD\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)}{\sin\dfrac{5\pi}{6}}=\dfrac{CD\cdot\sin\alpha}{\sin\dfrac{\pi}{6}}$， ………………………………（7分）

又 $BD=4CD$，$\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{6}$，

所以$\frac{\sin\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=\frac{\sin\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha}=4$，……（8分）

化简得 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$. ……（9分）

根据同角三角函数基本关系，解得 $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{7}}{7}$，……（10分）

故△ABC 的 BC 边上的高为 $AC\sin\alpha=\sqrt{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}=2$. ……（12分）

21. **解析**　（Ⅰ）由题意知 $A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$，

所以 $k_{PA_1}\cdot k_{PA_2}=\frac{1}{2+a}\cdot\frac{1}{2-a}=\frac{1}{4-a^2}=\frac{1}{2}$，解得 $a=\sqrt{2}$，……（2分）

又$\frac{4}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1$，所以 $b=1$，

所以 C 的方程为$\frac{x^2}{2}-y^2=1$. ……（4分）

（Ⅱ）因为$|MP|\cdot|NQ|=|MQ|\cdot|NP|$，所以$\frac{|MP|}{|MQ|}=\frac{|NP|}{|NQ|}$，

又因为点 M，N 在直线 $x=2$ 的两侧，所以直线 PQ：$x=2$ 是∠MPN 的平分线，

所以 $k_{MP}+k_{NP}=0$. ……（5分）

由题，显然直线 l 的斜率存在且斜率不是 $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，设 l：$y=kx+m\left(k\neq\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立双曲线方程可得 $(2k^2-1)x^2+4kmx+2m^2+2=0$，

故 $x_1+x_2=-\frac{4km}{2k^2-1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2+2}{2k^2-1}$. ……（6分）

$k_{MP}+k_{NP}=\frac{y_1-1}{x_1-2}+\frac{y_2-1}{x_2-2}=\frac{kx_1+m-1}{x_1-2}+\frac{kx_2+m-1}{x_2-2}=0$，……（8分）

化简得 $2kx_1x_2+(m-1-2k)(x_1+x_2)-4(m-1)=0$，

故$\frac{2k(2m^2+2)}{2k^2-1}+(m-1-2k)\left(-\frac{4km}{2k^2-1}\right)-4(m-1)=0$，

即 $(k+1)(m+2k-1)=0$，而直线 l 不过 P 点，故 $k=-1$. ……（10分）

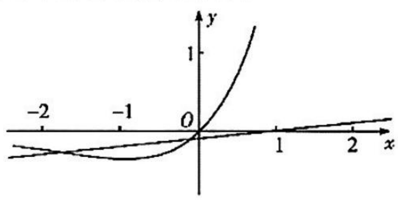
所以线段 MN 的中点 R 的坐标为$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=(2m,-m)$，

所以点 R 恒在直线 $y=-\frac{1}{2}x$ 上. ……（12分）

22. **解析**　（Ⅰ）$f'(x)=(x+1)e^x$，……（1分）

可得 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增. ……（2分）

令 $h(x)=m(x-1)$，作出 $f(x)$ 与 $h(x)$ 的大致图象如图所示，



— 3 —

因为存在唯一的负整数 x_0，使得 $f(x_0)<h(x_0)$，则 $x_0=-1$，

故 $\begin{cases}f(-1)<h(-1),\\ f(-2)\geqslant h(-2),\end{cases}$ 即 $\dfrac{2}{3e^2}\leqslant m<\dfrac{1}{2e}$，

故 m 的取值范围为 $\left[\dfrac{2}{3e^2},\dfrac{1}{2e}\right)$. ……………………………………………………………………（4 分）

（Ⅱ）根据题意，$af(x)+3\geqslant \ln\dfrac{a^2(x+1)}{8}$ 对 $x\in(-1,+\infty)$ 恒成立，

等价于 $axe^x-\ln(x+1)\geqslant 2\ln a-3\ln 2-3$ 对 $x\in(-1,+\infty)$ 恒成立. ……………………………………（5 分）

令 $F(x)=axe^x-\ln(x+1)$，$x>-1$，则有 $F'(x)=a(xe^x+e^x)-\dfrac{1}{x+1}$，

令 $G(x)=F'(x)=a(xe^x+e^x)-\dfrac{1}{x+1}$，$x>-1$，

则 $G'(x)=a(x+2)e^x+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0$，所以 $F'(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，

又 $x\to-1$ 时，$F'(x)\to-\infty$，$x\to+\infty$ 时，$F'(x)\to+\infty$，

从而存在唯一的 $x_0\in(-1,+\infty)$，使得 $F'(x_0)=0$，

即 $a(x_0e^{x_0}+e^{x_0})-\dfrac{1}{x_0+1}=0$， ……………………………………………………………………（7 分）

可得 $a=\dfrac{1}{(x_0+1)^2e^{x_0}}$，$\ln a=-2\ln(x_0+1)-x_0$，

当 $x\in(-1,x_0)$ 时，$F'(x)<0$，$F(x)$ 在 $(-1,x_0)$ 上单调递减，

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$，$F(x)$ 在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

故 $F(x)\geqslant F(x_0)=ax_0e^{x_0}-\ln(x_0+1)$， ……………………………………………………………（8 分）

故原不等式恒成立只需 $\dfrac{x_0}{(x_0+1)^2e^{x_0}}\cdot e^{x_0}-\ln(x_0+1)\geqslant 2[-2\ln(x_0+1)-x_0]-3\ln 2-3$，

即 $\dfrac{x_0}{(x_0+1)^2}+3\ln(x_0+1)+2x_0+3\ln 2+3\geqslant 0$. ……………………………………………………（9 分）

构造函数 $H(x)=\dfrac{x}{(x+1)^2}+3\ln(x+1)+2x+3\ln 2+3$，$x>-1$，

可得 $H'(x)=\dfrac{1-x}{(x+1)^3}+\dfrac{3}{x+1}+2=\dfrac{3x^2+5x+4}{(x+1)^3}+2$， ……………………………………（10 分）

当 $x>-1$ 时，令 $u(x)=3x^2+5x+4$，因为 $\Delta=25-48=-23<0$，从而可得 $H'(x)>0$ 在 $x\in(-1,+\infty)$ 时恒成立，又 $H\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$，所以 $H(x)\geqslant 0$ 的解集为 $\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$. ……………………………………（11 分）

又因为 $\ln a=-2\ln(x_0+1)-x_0$，

令 $v(x)=-2\ln(x+1)-x$，易得 $v(x)$ 在定义域内单调递减，

所以 $\ln a\leqslant -2\ln\left(-\dfrac{1}{2}+1\right)+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}+\ln 4$，所以 $a\leqslant e^{\frac{1}{2}+\ln 4}=4\sqrt{e}$，

故 a 的取值范围为 $(0,4\sqrt{e}]$. ……………………………………………………………………（12 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。