

高三年级教学质量监测 数学(文科)

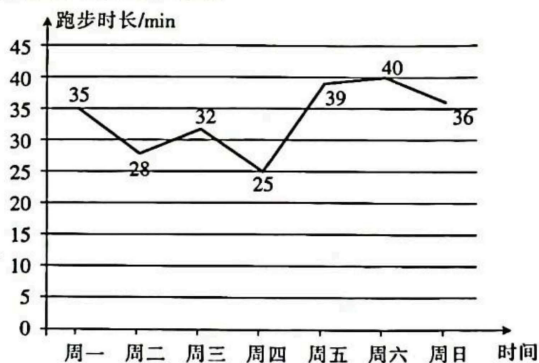
考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | x < 5\}$, 则 $A \cap B =$
 A. \mathbb{R} B. $(1, 5)$ C. $(5, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$
2. $(1-i)^2(1+i) =$
 A. 0 B. $-2-2i$ C. $2-2i$ D. $2+2i$
3. 抛物线 $C: y = 2x^2$ 的准线方程是
 A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $y = -\frac{1}{2}$ C. $x = -\frac{1}{8}$ D. $y = -\frac{1}{8}$
4. 跑步是一项健康的运动,可以让我们的身体更加强壮。某跑步爱好者坚持每天跑步,如图,这是该跑步爱好者某周跑步时长的折线图。

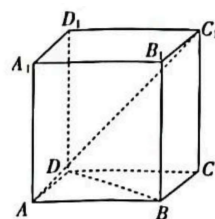


该跑步爱好者这周跑步时长的中位数是

- A. 25 B. 35 C. 37.5 D. 39
5. 某企业举办职工技能大赛,经过层层选拔,最终 A, B, C 进入决赛。假设这 3 名职工的水平相当,则 A 没有获得这次职工技能大赛第一名的概率是
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
6. 已知函数 $f(x) = 2^x - 2^{-x} + ax + 2 (a \in \mathbb{R})$, 若 $f(2) = 5$, 则 $f(-2) =$
 A. -1 B. 1 C. -5 D. 5
7. 设数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列,公比为 q ,前 n 项和为 S_n . 若 $a_2 + a_4 = 10$, $qS_3 = 14$, 则 $S_5 =$
 A. 31 B. 32 C. 63 D. 64

【★高三数学 第 1 页(共 4 页)文科★】

8. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=8, AD=6$, 异面直线 BD 与 AC_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{10}$, 则 $CC_1 =$



- A. $\sqrt{3}$
- B. $2\sqrt{2}$
- C. $2\sqrt{3}$
- D. $3\sqrt{2}$

9. 已知函数 $f(x) = x \ln x$, 对任意的 $x > 0$, 关于 x 的方程 $f(x) = \ln x - x + a$ 有两个不同实根, 则整数 a 的最小值是

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

10. 已知 φ 为第一象限角, 若函数 $f(x) = 2\cos(x - \varphi) + \cos x$ 的最大值是 $\sqrt{6}$, 则 $f(\frac{\pi}{3}) =$

- A. $\frac{1-3\sqrt{5}}{4}$
- B. $\frac{1+3\sqrt{5}}{4}$
- C. $\frac{3-3\sqrt{5}}{4}$
- D. $\frac{3+3\sqrt{5}}{4}$

11. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 8 的正三角形, D 是 AC 的中点, 沿 BD 将 $\triangle BCD$ 折起使得二面角 $A-BD-C$ 为 $\frac{\pi}{3}$, 则三棱锥 $C-ABD$ 外接球的表面积为

- A. 52π
- B. $\frac{52}{3}\pi$
- C. $\frac{208}{3}\pi$
- D. $\frac{103}{3}\pi$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点为 $A, F(c, 0)$ 是双曲线 C 的右焦点, 点 P 在直线 $x = 2c$ 上, 且 $\tan \angle APF$ 的最大值是 $\frac{\sqrt{6}}{6}$, 则双曲线 C 的离心率是

- A. $2\sqrt{3}$
- B. $2 + \sqrt{7}$
- C. $2\sqrt{6}$
- D. $4 + 2\sqrt{7}$

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y-4 \geq 0, \\ x-y-4 \leq 0, \\ y \leq 3, \end{cases}$ 则 $x-2y$ 的最小值是 \blacktriangle .

14. 设公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{13} = 65$, 则 $2a_5 - a_3 = \blacktriangle$.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, D 在 BC 上, 且 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, E 在 AD 上, 且 $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AE}$. 若 $\overrightarrow{BE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 $x+y = \blacktriangle$.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 12x + 12, & x \geq 1, \\ |3^x - 1|, & x < 1, \end{cases}$ 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) = t$, 且 $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4$, 则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 的取值范围是 \blacktriangle .

【★高三数学 第 2 页(共 4 页)文科★】

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,且 $\cos C = -\frac{1}{4}, c = 2a$.

(1)求 $\sin A$ 的值;

(2)若 $\triangle ABC$ 的周长为 18,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

为探究某药物对小鼠的生长抑制作用,将 20 只小鼠均分为两组:对照组(不加药物)和实验组(加药物).测得 20 只小鼠体重(单位: g)如下:

对照组:20.1 20.4 20.1 20.0 20.1 20.3 20.6 20.5 20.4 20.5

实验组:19.8 20.3 20.0 20.2 19.9 19.8 20.0 20.1 20.2 19.7

对照组和实验组的小鼠体重的样本平均数分别记为 \bar{x} 和 \bar{y} ,样本方差分别记为 s_1^2 和 s_2^2 .

(1)求 $\bar{x}, \bar{y}, s_1^2, s_2^2$;

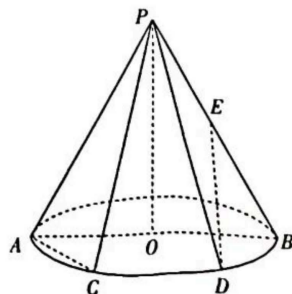
(2)判断该药物对小鼠的生长是否有显著的抑制作用(若 $\bar{x} - \bar{y} \geq 2\sqrt{s_1^2 + s_2^2}$,则认为该药物对小鼠的生长有显著的抑制作用,否则不认为有显著的抑制作用).

19. (12 分)

如图,在圆锥 PO 中, AB 是圆 O 的直径,且 $\triangle PAB$ 是边长为 4 的等边三角形, C, D 为圆弧 AB 的两个三等分点, E 是 PB 的中点.

(1)证明: $DE \parallel$ 平面 PAC .

(2)求点 E 到平面 PAC 的距离.



【★高三数学 第 3 页(共 4 页)文科★】

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 点 $P(3, 0)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 直线 l 与椭圆 C 交于 A, B (异于点 P) 两点, 记直线 PA, PB 的斜率分别为 $k_1, k_2, k_1 k_2 = \frac{1}{4}$, 试问直线 l 是否恒过定点? 若是, 求出该定点坐标; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + 4)(1 + x \ln x)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 证明: $f(x) > 4x$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3}t, \\ y = t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程是 $\rho^2 + 4\rho \cos \theta - 2\sqrt{3}\rho \sin \theta + 3 = 0$.

(1) 求直线 l 的普通方程和圆 C 的直角坐标方程;

(2) P 是圆 C 上的动点, 求点 P 到直线 l 的距离的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x - 2| + |2x + a|$.

(1) 若 $a = -4$, 求不等式 $f(x) \geq 3x$ 的解集;

(2) 若 $a = 4$, 求 $f(x)$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

