2023—2024 学年(上)南阳六校高一年级期末考试

数学·答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 答案 A

命题意图 本题考查函数的定义域和值域的求法以及集合运算.

解析 集合 $A=\{y|y=\sqrt{9-x^2}\}=\{y|0\leqslant y\leqslant 3\}$, $B=\{x|y=\ln(x-1)\}=\{x|x>1\}$,则 $A\cap B=(1,3]$.

2. 答案 B

命题意图 本题考查统计图表与分层随机抽样.

解析 青年教师的比例为 30%,所以青年教师被抽出的人数为 $60\times 30\%=18$.

3. 答案 C

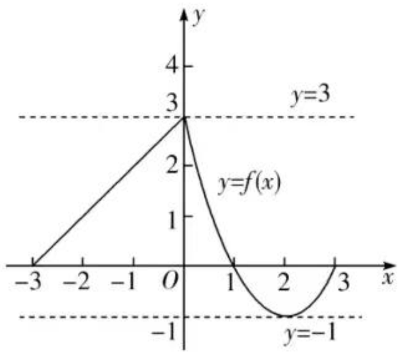
命题意图 本题考查样本的数字特征中的中位数.

解析 因为 100 为偶数,所以第 50 个和第 51 个数据的平均数为中位数.

4. 答案 D

命题意图 本题考查分段函数的性质.

解析 画出 $f(x)$ 的草图,如图所示,由图象可知函数 $f(x)$ 的最小值为 -1,最大值为 3,故函数 $f(x)$ 的值域为 $[-1,3]$.



5. 答案 C

命题意图 本题考查指数式与对数式的互化、对数运算.

解析 由于 $6.25^{500}=\left(\frac{25}{4}\right)^{500}=\left(\frac{5}{2}\right)^{1\,000}$,设 $\left(\frac{5}{2}\right)^{1\,000}=x$,则 $\lg x=\lg\left(\frac{5}{2}\right)^{1\,000}=1\,000\lg\frac{5}{2}=1\,000(\lg 5-\lg 2)\approx 1\,000(0.699-0.301)=398$,所以 $x\approx 10^{398}$,即 $6.25^{500}\approx 10^{398}$.

6. 答案 C

命题意图 本题考查函数的奇偶性、单调性与函数图象的综合应用.

解析 因为 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的偶函数,在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,且 $f(1)=0$,所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减,那么要求 $(x+1)f(x)\leqslant 0$ 的解集,分两种情况即可. 当 $x+1\leqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant 0$,解得 $x\leqslant -1$;当 $x+1>0$ 时,$f(x)\leqslant 0$,解得 $-1<x<0$ 或 $0<x\leqslant 1$. 综上,得 $x<0$ 或 $0<x\leqslant 1$,所以不等式 $(x+1)f(x)\leqslant 0$ 的解集为 $\{x|x<0$ 或 $0<x\leqslant 1\}$.

7. **答案** D

命题意图 本题考查事件的关系与概率的计算.

解析 设甲、乙、丙获得一等奖的概率分别是 $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{2}{3}$, $P(C)=\frac{3}{4}$,则不获一等奖的概率分别是 $P(\overline{A})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, $P(\overline{C})=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$,则这三人中恰有两人获得一等奖的概率为 $P(\overline{A}BC)+P(A\overline{B}C)+P(AB\overline{C})=P(\overline{A})P(B)P(C)+P(A)P(\overline{B})P(C)+P(A)P(B)P(\overline{C})=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{24}$,这三人都获得一等奖的概率为 $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$,所以这三人中至少有两人获得一等奖的概率 $P=\frac{11}{24}+\frac{1}{4}=\frac{17}{24}$.

8. **答案** B

命题意图 本题考查指数函数与二次函数的性质.

解析 设 $f(x)=3^x-3^{-x}=t$,则当 $x>0$ 时,$t>0$, $9^x+9^{-x}-af(x)\geqslant 0$ 恒成立,即 $t^2+2\geqslant at$ 恒成立,亦即 $t+\frac{2}{t}\geqslant a$ 恒成立,又 $t+\frac{2}{t}\geqslant 2\sqrt{2}$,当且仅当 $t=\sqrt{2}$时,等号成立,故$\left(t+\frac{2}{t}\right)_{\min}=2\sqrt{2}$,所以 $a\leqslant 2\sqrt{2}$.

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. **答案** BCD

命题意图 本题考查简单逻辑用语.

解析 对于 A,若 $a^2>3$,则 $a>\sqrt{3}$或 $a<-\sqrt{3}$,若 $a>\sqrt{3}$,则 $a^2>3$,所以“$a^2>3$”是“$a>\sqrt{3}$”的必要不充分条件,故 A 错误;

对于 B,因为函数 $y=(m^2-2m-2)x^{2-4m}$ 既是幂函数又在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,所以 $\begin{cases}m^2-2m-2=1,\\2-4m>0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m=3\text{ 或 }m=-1,\\m<\frac{1}{2},\end{cases}$ 解得 $m=-1$,故 B 正确;

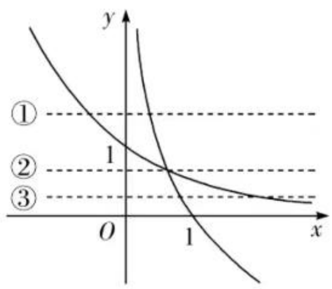
对于 C,在同一平面直角坐标系中画出 $y=2^x$ 与 $y=\log_2x$ 的图象(图略),由图可知,$\forall x\in(0,+\infty)$, $2^x>\log_2x$,故 C 正确;

对于 D,根据存在量词命题的否定为全称量词命题可知,命题“$\exists x\in\mathbf{R}$, $x^2-1\leqslant -1$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R}$, $x^2-1>-1$”,故 D 正确.

10. **答案** ABD

命题意图 本题考查指数函数和对数函数的图象与性质.

解析 在同一直角坐标系内画出函数 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $g(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的大致图象,然后再画一条与 x 轴平行的直线,则由①可得 $a<0$, $0<b<1$ 可能成立;由②可得 $a=b$ 可能成立;再由③可得 $a>1$, $0<b<1$ 可能成立.



11. **答案** AD

命题意图 本题考查样本的数字特征.

解析 设每天的空气质量指数为 $x_i(i=1,2,\cdots,10)$.

对于 A,由 $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(x_i-90)^2=10$,得 $\sum_{i=1}^{10}(x_i-90)^2=100$,若这 10 天中有 1 天的空气质量指数大于 100,则必有 $\sum_{i=1}^{10}(x_i-90)^2>100$,矛盾,所以这 10 天每天的空气质量指数都不大于 100,故 A 正确;

对于 B,假设有 8 天为 50,有 1 天为 140,有 1 天为 60,此时平均数为 60,众数为 50,但该地区的环境治理不达标,故 B 错误;

对于 C,假设第 1 天为 120,后面 9 天为 50,此时中位数为 50,极差为 70,但该地区的环境治理不达标,故 C 错误;

对于 D,如果最大值大于 100,根据极差为 20,则最小值大于 80,这与 80% 分位数为 80 矛盾,故最大值不大于 100,故 D 正确.

12. **答案** BD

命题意图 本题考查函数求值、二次函数的图象和性质、恒成立问题.

解析 对于 A,$f(2,4)=2\times(1+4)=10$,$f(4,2)=4\times(1+2)=12$,即 $f(2,4)<f(4,2)$,故 A 错误;

对于 B,$f\left(\frac{1}{x},x^2\right)=\frac{1}{x}(1+x^2)=\frac{1}{x}+x\geqslant 2$,故 B 正确;

对于 C,$f(x-a,2x)=(x-a)(1+2x)=2x^2+(1-2a)x-a\geqslant -a-2$ 恒成立,即 $2x^2+(1-2a)x+2\geqslant 0$ 恒成立,则 $\Delta=(1-2a)^2-16\leqslant 0$,解得 $-\frac{3}{2}\leqslant a\leqslant\frac{5}{2}$,故 C 错误;

对于 D,由题可知存在 $x\geqslant 2$,使得 $2x^2+(1-2a)x+2\leqslant 0$ 成立,设 $g(x)=2x^2+(1-2a)x+2$,因为 $g(0)=2>0$,要满足条件,则①$g(2)\leqslant 0$ 或② $\begin{cases}\frac{2a-1}{4}\geqslant 2,\\ \Delta=(1-2a)^2-16\geqslant 0,\end{cases}$ 由①得 $a\geqslant 3$,由②得 $a\geqslant\frac{9}{2}$,综上,得 a 的取值范围是 $[3,+\infty)$,故 D 正确.

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. **答案** 0

命题意图 本题考查对数的运算.

解析 原式 $=\lg 5-\sqrt{(\lg 2-1)^2}=\lg 5-(1-\lg 2)=\lg 10-1=0$.

14. **答案** $\frac{11}{9}$

命题意图 本题考查分层随机抽样的均值与方差.

解析 合在一起后的样本平均数为 $\frac{20\times 5+10\times 4}{20+10}=\frac{14}{3}$,故合在一起后的样本方差为 $\frac{20}{30}\times\left[1+\left(5-\frac{14}{3}\right)^2\right]+\frac{10}{30}\left[1+\left(4-\frac{14}{3}\right)^2\right]=\frac{11}{9}$.

15. **答案** $\frac{121}{144}$

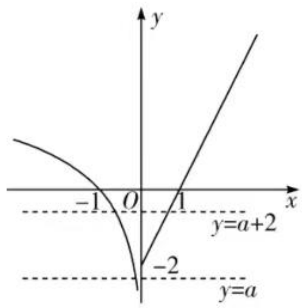
命题意图 本题考查互斥事件的概率以及事件的相互独立性.

解析 每个环节两次检验都不通过的概率为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$,则每个环节通过的概率均为$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$,所以每个产品成为合格品的概率为$\left(\frac{11}{12}\right)^2=\frac{121}{144}$.

16. **答案** $[-4,-2)$;$-\frac{1}{8}$

命题意图 本题考查分段函数的图象、嵌套函数的零点问题.

解析 令$g(x)=[f(x)]^2-(2a+2)f(x)+a^2+2a=0$,得$f(x)=a$或$f(x)=a+2$. 作出$f(x)$的图象如图. $g(x)$有3个不同的零点,则$f(x)$的图象与直线$y=a$和$y=a+2$一共有3个交点,由图可知当$\begin{cases}a<-2,\\a+2\geqslant-2,\end{cases}$即$-4\leqslant a<-2$时,$f(x)$的图象与直线$y=a$有1个交点,与直线$y=a+2$有2个交点,符合条件. 因为$f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$,所以$a+2=-1$,即$a=-3$,不妨设$x_1<x_2$,由$\log_2(-x)=-1$,得$x_1=-\frac{1}{2}$,由$\log_2(-x)=-3$,得$x_2=-\frac{1}{8}$,所以$x_1+x_2+x_3=-\frac{1}{8}$.



四、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查集合的运算与不等式的解法,充分条件与必要条件的判断.

解析 (Ⅰ)由$x^2+x-6\leqslant0$得$-3\leqslant x\leqslant2$,故集合$A=\{x|-3\leqslant x\leqslant2\}$, ……(2分)

由$x^2-ax-2a^2=0$得$x_1=-a$,$x_2=2a$,因为$a>0$,$x^2-ax-2a^2\leqslant0$,

故集合$B=\{x|-a\leqslant x\leqslant2a\}$, ……(3分)

若$a=2$,则$B=\{x|-2\leqslant x\leqslant4\}$, ……(4分)

所以$A\cap B=\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}$. ……(6分)

(Ⅱ)若"$x\in A$"是"$x\in B$"的充分不必要条件,则A是B的真子集, ……(7分)

则有$\begin{cases}-a\leqslant-3,\\2\leqslant2a,\end{cases}$(两个等号不同时成立) ……(9分)

解得$a\geqslant3$,经验证符合题意,

所以实数a的取值范围是$[3,+\infty)$. ……(10分)

18. **命题意图** 本题考查分层随机抽样和古典概型的计算.

解析 (Ⅰ)设抽样比为x,则由分层随机抽样可知,街舞、围棋、武术三个社团抽取的人数分别为$48x$,$42x$,$30x$.

由题意得$48x-42x=1$,解得$x=\frac{1}{6}$. ……(3分)

故街舞、围棋、武术三个社团抽取的人数分别为 $48\times\frac{1}{6}=8,42\times\frac{1}{6}=7,30\times\frac{1}{6}=5.$ ……………………（6 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，从围棋社团抽取的同学有 7 人，其中 2 名女生记为 A,B,5 名男生记为 C,D,E,F,G.

从中随机选出 2 人担任该社团活动监督职务，有(A,B),(A,C),(A,D),(A,E),(A,F),(A,G),(B,C),(B,D),(B,E),(B,F),(B,G),(C,D),(C,E),(C,F),(C,G),(D,E),(D,F),(D,G),(E,F),(E,G),(F,G)共 21 种不同的结果，……………………（8 分）

至少有 1 名女同学担任监督职务有(A,B),(A,C),(A,D),(A,E),(A,F),(A,G),(B,C),(B,D),(B,E),(B,F),(B,G)共 11 种不同的结果，……………………（10 分）

所以至少有 1 名女同学担任监督职务的概率为 $P=\frac{11}{21}$. ……………………（12 分）

19. **命题意图** 本题考查指数函数与二次函数的性质.

解析 （Ⅰ）对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $2^x>0$，……………………（1 分）

所以 $f(x)=2^x+\frac{4}{2^x}\geqslant 2\sqrt{2^x\cdot\frac{4}{2^x}}=4$，……………………（3 分）

当且仅当 $2^x=\frac{4}{2^x}$，即 $x=1$ 时“=”成立，

即 $f(x)$ 的最小值为 4. ……………………（5 分）

（Ⅱ）对任意的 $x\in[0,3]$，有 $[f(x)-3]\cdot 2^x-m\geqslant 0$，即 $(2^x)^2-3\times 2^x+4-m\geqslant 0$ 恒成立，

则需 $m\leqslant(2^x)^2-3\times 2^x+4$ 对于任意 $x\in[0,3]$ 恒成立. ……………………（7 分）

令 $2^x=t$，则 $t\in[1,8]$，函数 $y=t^2-3t+4$，

当 $t=\frac{3}{2}\in[1,8]$ 时，函数的最小值为 $y_{\min}=\frac{7}{4}$，……………………（10 分）

所以实数 m 的取值范围为 $\left(-\infty,\frac{7}{4}\right]$. ……………………（12 分）

20. **命题意图** 本题考查偶函数的性质，指数函数、对数函数的性质.

解析 （Ⅰ）因为 $f(x)$ 为偶函数，且定义域为 $\mathbf{R}$，

所以对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$f(-x)=f(x)$，……………………（1 分）

即 $\log_2(2^{-x}+1)+mx=\log_2(2^x+1)-mx$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，……………………（2 分）

则 $2mx=\log_2(2^x+1)-\log_2(2^{-x}+1)=\log_2\frac{2^x+1}{2^{-x}+1}=\log_2 2^x=x$ 恒成立，……………………（4 分）

所以 $m=\frac{1}{2}$. ……………………（6 分）

（Ⅱ）不等式 $2f(x)-x-a\geqslant 0$ 对任意的 $x\in(-\infty,0]$ 恒成立，需 $\frac{1}{2}a\leqslant\log_2(2^x+1)-x$ 对任意的 $x\in(-\infty,0]$ 恒成立. ……………………（7 分）

令 $g(x)=\log_2(2^x+1)-x=\log_2\left(1+\frac{1}{2^x}\right)$，$x\in(-\infty,0]$，

因为 $1+\frac{1}{2^x}\geqslant 2$，所以 $g(x)=\log_2\left(1+\frac{1}{2^x}\right)\geqslant\log_2 2=1$，……………………（10 分）

所以 $\frac{1}{2}a\leqslant 1$，即 $a\leqslant 2$，

所以 a 的取值范围是 $(-\infty,2]$. ………………………………………………………………（12分）

21. **命题意图** 本题考查频率分布直方图、平均数和百分位数的计算.

解析 （Ⅰ）由 $(2\times0.0025+2a+0.035+0.04)\times10=1$，解得 $a=0.01$. ……………………（2分）

日销售量不少于100个的频率为 $(0.01+0.0025)\times10=0.125$，

则估计该面包店去年三明治日销售量不少于100个的天数为 $360\times0.125=45$. ………………（4分）

（Ⅱ）由题图知，平均数为 $\bar{x}=(65\times0.0025+75\times0.01+85\times0.04+95\times0.035+105\times0.01+115\times0.0025)\times10=89.75$，

故估计该面包店去年三明治日销售量的平均数为89.75. ……………………………………（7分）

（Ⅲ）由题意，即求三明治日销售量的70%分位数，设为 m. ……………………………………（8分）

$[60,90)$ 对应的频率 $0.525<0.7$，$[60,100)$ 对应的频率 $0.875>0.7$，

故 $m\in[90,100)$. ……………………………………………………………………（10分）

由 $0.7-0.525=0.175$，得 $90+\dfrac{0.175}{0.035}=95$，

故估计每天应该制作95个三明治. ……………………………………………………（12分）

22. **命题意图** 本题考查函数与方程的综合问题.

解析 （Ⅰ）令 $3^x+1=t,x\in\mathbf{R}$，则 $t\in(1,+\infty)$，$x=\log_3(t-1)$，

所以 $f(x)=\log_3(x-1)$， ……………………………………………………………（2分）

由题意可得，$g(x)=f(x+1)+1=\log_3(x+1-1)+1=\log_3x+1$. ……………………………（4分）

（Ⅱ）$h(x)=(\log_3x+1)^2+m(\log_3x^2+1)=(\log_3x+1)^2+m(2\log_3x+1)$. ……………………（5分）

令 $n=\log_3x$，当 $x\in[1,\sqrt{3}]$ 时，$n\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$，

函数 $h(x)$ 有零点等价于关于 n 的方程 $(n+1)^2+m(2n+1)=0$ 在 $\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$ 上有解. ……………（6分）

令 $2n+1=u$，则 $u\in[1,2]$，$n=\dfrac{u-1}{2}$，

所以 $m=-\dfrac{(n+1)^2}{2n+1}=-\dfrac{\left(\frac{u-1}{2}+1\right)^2}{u}=-\dfrac{u^2+2u+1}{4u}=-\dfrac{1}{4}\left(u+\dfrac{1}{u}+2\right)$， ……………………（7分）

由双勾函数的单调性可知，

函数 $m=-\dfrac{1}{4}\left(u+\dfrac{1}{u}+2\right)$ 在 $[1,2]$ 上单调递减， ………………………………………（8分）

当 $u=2$ 时，该函数取得最小值，即 $m_{\min}=-\dfrac{1}{4}\times\left(2+\dfrac{1}{2}+2\right)=-\dfrac{9}{8}$， ……………………（9分）

当 $u=1$ 时，该函数取得最大值，即 $m_{\max}=-\dfrac{1}{4}\times\left(1+\dfrac{1}{1}+2\right)=-1$， ……………………（10分）

因此，实数 m 的取值范围为 $\left[-\dfrac{9}{8},-1\right]$. ……………………………………………………（12分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。