高三一模数学参考答案

一、二选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	C	A	A	C	D	B	ABC	BC	AD	AC

三、填空题

13. $5x-y+3=0$　　　14. 8π

15. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　　16 . $(-4,-1)\cup\left(\dfrac{1}{4},1\right)$

四、解答

17. 解：(I) 由 $b\sin A=4(\sin A\cos C+\cos A\sin C)$，得 $b\sin A=4\sin B$，--------------2 分

由正弦定理得 $ab=4b$，得 $a=4$；--------------4 分

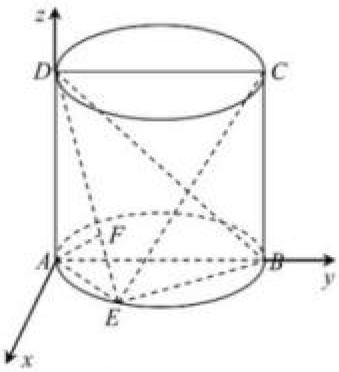
(II) 由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{9}{2}$，得 $bc\cos A=\dfrac{9}{2}$，--------------5 分

由余弦定理得 $bc\cdot\dfrac{b^2+c^2-16}{2bc}=\dfrac{9}{2}$，得 $b^2+c^2=25$，--------------7 分

由 $25=b^2+c^2\geq\dfrac{(b+c)^2}{2}$，得 $b+c\leq 5\sqrt{2}$（当且仅当 $b=c=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ 时取等号），-----9 分

所以三角形 ABC 周长的最大值为 $4+5\sqrt{2}$.--------------10 分

18. 解：(I) 由题意可知



$$\left\{\begin{array}{l}BE\perp DA\\BE\perp AE\\AE\cap DE=E\\AE,DE\subset\text{平面}AED\end{array}\right.\Rightarrow BE\perp\text{平面}AED$$

由 $AF\subset$ 面 AED 得 $AF\perp BE$，--------------2 分

$$\text{由}\left\{\begin{array}{l}AF\perp BE\\AF\perp DE\\BE\cap DE=E\\BE,DE\subset\text{平面}AED\end{array}\right.\Rightarrow AF\perp\text{平面}BED\text{，由}$$

$DB\subset$ 面 BED 可得 $AF\perp DB$.--------------4 分

(II) ①由题意，以 A 为原点，分别以 AB,AD 所在直线为 y 轴、z 轴建立如图所示空间直角坐标系，并设 AD 的长度为2，则 $A(0,0,0)$，$B(0,2,0)$，$C(0,2,2)$，$D(0,0,2)$，

因为 $DA\perp$ 平面 ABE，所以 $\angle DEA$ 就是直线 DE 与平面 ABE 所成的角，

所以 $\tan\angle DEA=\dfrac{DA}{AE}=2$，所以 $AE=1$，　所以 $E(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1}{2},\ 0)$，--------------6 分

由上可得 $\overrightarrow{DC}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{DE}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},-2)$，

设平面 DCE 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2y=0,\\ \frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y-2z=0,\end{cases}$

取 $x=4$，得 $\vec{n}=(4,0,\sqrt{3})$. ---8 分

又 $\vec{m}=(1,0,0)$ 是平面 BCD 的一个法向量，

所以 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{|1\times4+0\times0+0\times\sqrt{3}|}{1\times\sqrt{4^2+0+3}}=\frac{4\sqrt{19}}{19}$，

又由图形可知二面角 $E-DC-B$ 为锐角，所以它的余弦值为 $\frac{4\sqrt{19}}{19}$. ---------------10 分

②因为 $\overrightarrow{BE}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0)$，

所以点 B 到平面 CDE 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{BE}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}=\frac{|\frac{\sqrt{3}}{2}\times4+(-\frac{3}{2})\times0+0\times\sqrt{3}|}{\sqrt{4^2+0+3}}=\frac{2\sqrt{57}}{19}$. -12 分

注：用几何法或其它建系方法解答的按步骤给分.

19 解：(I) 对 5 个人的血样进行检验，且每个人的血样是相互独立的，设事件 A 为“5 个人的血样中恰有 2 个人的检验结果为阳性”，则 $P(A)=C_5^2\times0.2^2\times0.8^3=0.2$ ------4 分

(II) ①当 $k=5,p=0.2$ 时，5 个人的血样分别取样再混合检验，结果为阴性的概率为 0.8^5，总共需要检验的次数为 1 次；结果为阳性的概率为 $1-0.8^5$，总共需要检验的次数为 6 次；

所以 ξ 的分布列为：

ξ	1	6
P	0.8^5	$1-0.8^5$

---6 分

所以 $E(\xi)=1\times0.8^5+6\times(1-0.8^5)=4.35$. --------------------------------------8 分

② 当采用混合检验的方案时 $E(\xi)=1\times(1-p)^k+(k+1)[1-(1-p)^k]=k+1-k(1-p)^k$，

根据题意，要使混合检验的总次数减少，则必须满足 $E(\xi)<k$，--------------------10 分

即 $k+1-k(1-p)^k<k$，化简得 $0<P<1-\sqrt[k]{\frac{1}{k}}$，

所以当 P 满足 $0<P<1-\sqrt[k]{\frac{1}{k}}$ 时，用混合检验的方案能减少检验次数. ----------12 分

20.解：(Ⅰ) 因为 $a_n=2^n$，所以 $a_1=2$，$a_2=4$，

当 $n=1$ 时，由题设可得 $a_1b_1=2-\frac{1}{2}-1$，即 $2b_1=\frac{1}{2}$，所以 $b_1=\frac{1}{4}$； ----------------------2 分

当 $n=2$ 时，由题设可得 $a_2b_1+a_1b_2=2^2-\frac{2}{2}-1$，即 $1+2b_2=2$，所以 $b_2=\frac{1}{2}$.---------4 分

当 $n\geq2$ 时，由题设可得

$2^nb_1+2^{n-1}b_2+\cdots+2^2b_{n-1}+2b_n=2^n-\frac{n}{2}-1$， ①

$2^{n-1}b_1+2^{n-2}b_2+\cdots+2b_{n-1}=2^{n-1}-\frac{n-1}{2}-1$，此式两边同乘以2，得

$2^nb_1+2^{n-1}b_2+\cdots+2^2b_{n-1}=2^n-n-1$ ， ②

由①-②得 $2b_n=\frac{n}{2}$，即 $b_n=\frac{n}{4}$ ．又由(Ⅰ)可知，$b_1=\frac{1}{4}$ 也适合上式，

故数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=\frac{n}{4}$ $(n\in N^*)$.--------------------9 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)知，$c_n=16\times\frac{(n-1)2^n}{n(n+1)}=16\times\left(\frac{2^{n+1}}{n+1}-\frac{2^n}{n}\right)$，--------------------11 分

$c_1+c_2+\cdots+c_n=16\times\left(\frac{2^2}{2}-\frac{2}{1}+\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{2}+\cdots+\frac{2^{n+1}}{n+1}-\frac{2^n}{n}\right)$

$=16\times\left(\frac{2^{n+1}}{n+1}-2\right)$.--------------------12 分

21. 解：(Ⅰ)由题意可得 $\begin{cases}-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{3}{4}，\\ a^2=b^2+c^2\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2，\\ c=1，\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=3,\end{cases}$

故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；--------------------3 分

(Ⅱ)依题意可知直线 MN 的斜率不为0，故设其方程为 $x=my+1$，

联立 $\begin{cases}x=my+1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消 x 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，--------------------4 分

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=-\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，--------------------5 分

因为 $S_{\triangle PMN}=2S_{\triangle OMN}=2\times\frac{1}{2}\times|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$，--------7 分

又 $\overrightarrow{MF}=(1-x_1,-y_1)$，$\overrightarrow{FN}=(x_2-1,y_2)$，

所以由 $\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$，得 $-y_1=\lambda y_2$，即 $y_1=-\lambda y_2$，

于是可得 $y_1+y_2=(1-\lambda)y_2=-\frac{6m}{3m^2+4}$ ，① ； $y_1y_2=-\lambda y_2^{\,2}=-\frac{9}{3m^2+4}$ ，②

由 $\frac{①^2}{②}$，得 $\frac{(1-\lambda)^2}{\lambda}=\frac{4m^2}{3m^2+4}$，即 $\lambda+\frac{1}{\lambda}-2=\frac{4m^2}{3m^2+4}$，

因为 $\frac{1}{3}\le\lambda\le\frac{1}{2}$，所以 $\frac{5}{2}\le\lambda+\frac{1}{\lambda}\le\frac{10}{3}$，所以 $\frac{1}{2}\le\frac{4m^2}{3m^2+4}\le\frac{4}{3}$，即 $m^2\ge\frac{4}{5}$. ------------10 分

又由 $S_{\Delta PMN}=\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$，令 $t=\sqrt{m^2+1}\ge\frac{3}{\sqrt5}$，则 $S_{\Delta PMN}=\frac{12t}{3t^2+1}$，

令 $f(t)=\frac{t}{3t^2+1}\left(t\ge\frac{3}{\sqrt5}\right)$，则 $f'(t)=\frac{1-3t^2}{(3t^2+1)^2}<0$，

故当 $t\ge\frac{3}{\sqrt5}$ 时，$f(t)$ 单调递减，所以 $f(t)\le f(\frac{3}{\sqrt5})=\frac{3\sqrt5}{32}$，

所以 $S_{\Delta PMN}\le\frac{9\sqrt5}{8}$，即 ΔPMN 面积的最大值为 $\frac{9\sqrt5}{8}$. ------------------------------12 分

22. 解：（Ⅰ）$f'(x)=e^{x-1}-a$

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增；------------------------2 分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=e^{x-1}-a=0$，$x=1+\ln a$，

当 $x\in(-\infty,1+\ln a)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1+\ln a,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；---------------------------------5 分

（Ⅱ）由 $f(x)-x^2\ge\frac{a^2}{4}$，得 $e^{x-1}\ge x^2+ax+\frac{a^2}{4}=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2$，对于任意 $x\ge0$ 恒成立，

因此 $-x-e^{\frac{x-1}{2}}\le\frac{a}{2}\le-x+e^{\frac{x-1}{2}}$，--8 分

记 $h(x)=-x+e^{\frac{x-1}{2}}$，由 $h'(x)=-1+\frac{1}{2}e^{\frac{x-1}{2}}=0$，得 $x=1+2\ln2$，

当 $x\in[0,1+2\ln2]$ 时，$h(x)$ 单调递减，当 $x\in[1+2\ln2,+\infty)$ 时，$h(x)$ 单调递增，所以 $h(x)_{\min}=1-2\ln2$，因此 $a\le2-4\ln2$；---10 分

记 $t(x)=-x-e^{\frac{x-1}{2}}$，易知 $t(x)$ 在调递减，所以 $t(x)_{\max}=t(0)=-e^{-\frac{1}{2}}$，

所以 $a\ge-2e^{-\frac{1}{2}}$，--11 分

综上，$-2e^{-\frac{1}{2}}\le a\le2-4\ln2$.--12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。