

2024 年全国高考·仿真模拟卷(一)

数 学

注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置。
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题卷上无效。
4. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
5. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-1, 1, 3, 4\}$, $N = \{x | x^2 - 3x - 4 \geq 0\}$, 则 $M \cap N =$
A. $\{1, 3, 4\}$ B. $\{-1, 3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{-1, 4\}$
2. 已知 $z = \frac{3-3i}{1+i}$, 则 $\bar{z} + 2z =$
A. $3i$ B. $-3i$ C. 3 D. -3
3. 已知向量 $a = (-1, -1)$, $b = (-1, 1)$, 若 $(\lambda a + b) \perp (\mu a + b)$, 则
A. $\lambda\mu = -1$ B. $\lambda + \mu = -1$
C. $\lambda\mu = 1$ D. $\lambda + \mu = 1$
4. 若函数 $f(x) = (\frac{1}{3})^{(x-a)(x+2)}$ 在区间 $(-1, 2)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是
A. $[0, 6]$ B. $[-2, 0]$ C. $[6, +\infty)$ D. $(-\infty, 0]$
5. 设椭圆 $C_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$, $C_2: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 3)$ 的离心率分别为 e_1, e_2 , 若 $e_2 = \frac{1}{2}e_1$, 则 C_2 的短轴长为
A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$
6. 记过点 $P(0, 3)$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 相切的两条直线的夹角为 α , 则 $\sin \alpha =$
A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{12}{13}$
7. 记 S_n 是首项为负数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 设甲: $\{S_n\}$ 为递减数列; 乙: $\{a_n\}$ 为递减数列, 则
A. 甲是乙的充分不必要条件 B. 甲是乙的必要不充分条件
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲是乙的既不充分也不必要条件
8. 已知 $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{6}$, $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{4}$, 则 $\cos(2\alpha - 2\beta) =$
A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

座位号

考号

姓名

班级

学校

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 有一组互不相等的样本数据 x_1, x_2, \dots, x_9 , 再插入增加两个 $x_0 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i$, 得到一组新样本数据, 则

- A. 原样本数据的极差等于新样本数据的极差
- B. 原样本数据的中位数等于新样本数据的中位数
- C. 原样本数据的平均数等于新样本数据的平均数
- D. 原样本数据的方差等于新样本数据的方差

10. 人口问题是当今世界各国普遍关注的问题. 人口的年平均增长率 r 满足 $r = t^{-1} \ln \frac{M_t}{M_0}$, 其中 t 为经过的时间, M_0 为 $t=0$ 时的人口总数(单位: 万), M_t 为经过 t 年后的人口总数(单位: 万). 下表为三市 2022 年人口总数及预计年平均增长率情况:

	2022 年人口总数	年平均增长率
A 市	$2M$	$0.02 \sim 0.03$
B 市	$1.5M$	$0.04 \sim 0.05$
C 市	$3M$	0.03

利用上表数据, 设 A、B、C 三市在 2032 年底人口总数的估计值分别为 M_A, M_B, M_C , 则

- A. $M_A > \frac{2}{3} M_C$
- B. $M_B > \frac{1}{2} M_C$
- C. $M_C = 3M e^{0.3}$
- D. $M_A \leq \frac{2}{3} M_C$

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上连续的奇函数, 其导函数为 $g(x)$, $f(4x) = f(2-4x)$, 当 $x \in [-2, -1]$ 时, $g'(x) > 0$, 则

- A. $g(x)$ 为偶函数
- B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称
- C. 4 为 $g(x)$ 的周期
- D. $g(x)$ 在 $x = 2026$ 处取得极小值

12. 下列物体, 能够被整体放入长、宽、高分别为 2, 1, 1(单位: m) 的长方体容器(容器壁厚度忽略不计)内的有

- A. 半径为 0.6 m 的球体
- B. 一组相对棱为 1.4 m, 其余棱都为 2 m 的四面体
- C. 底面半径为 0.005 m, 高为 2.5 m 的圆柱体
- D. 底面半径为 0.6 m, 高为 0.005 m 的圆柱体

三、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。把答案填在答题卡上。

13. 某同学从4部中国古典名著和6部外国文学名著中选读4部或5部, 并且中外名著各至少选读2部, 则不同的选读名著的方案共有_____种。(用数字作答)

14. 已知圆台的上、下底面的周长分别为 $2\pi, 4\pi$, 母线长为 $\sqrt{5}$, 则该圆台的体积为_____。

15. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) + 1$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, 4\pi]$ 上有且仅有 2 个零点, 则 ω 的取值范围为_____。

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 在 C 上, 点 B 在 y 轴上, $\overrightarrow{AF_1} \perp \overrightarrow{AF_2}$, $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{5} \overrightarrow{BF_2}$, 则 C 的离心率为_____。

20

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $2(A+B)=C, AC=2\sqrt{3}, BC=\sqrt{3}$.

(1) 求 $\sin A$;

(2) 若点 D 在边 AB 上, 且 $\angle ACD=30^\circ$, 求 AD .

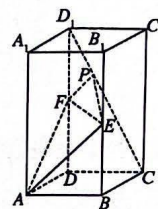
21

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB=2$, E, F 分别为 BB_1, DD_1 的中点, P 为 CD_1 上一动点.

(1) 当 $CP=2PD_1$ 时, 证明: $AE \parallel FP$;

(2) 当二面角 D_1-PF-E 为 120° 时, 求 $\frac{D_1P}{D_1C}$ 的值.



19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=a(\ln x - a^2) - x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: 当 $a > 0$ 时, $f(x) \leq -\frac{\ln 2 + 3}{2}a$.

22. (

在

第

(1)

(2)

20. (本小题满分 12 分)

记 S_n, T_n 分别是数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, $S_n T_n = \frac{n^4 + n^3}{2}$, $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $0 < a_1 < 1$.

(1) 若 $2a_1 + a_3 = a_4, S_3 + T_3 = \frac{33}{2}$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且 $S_{10} - T_{10} = -60$, 求 a_1 .

21. (本小题满分 12 分)

足球运动是深受中小學生熱愛的體育運動項目之一. 甲、乙兩人進行足球點球比賽, 每次由其中一人踢點球, 規則如下: 若點球進門, 則此人繼續踢點球, 若點球沒進門, 則由另一人踢點球. 無論之前點球情況如何, 甲每次點球進門的概率為 0.5, 乙每次點球進門的概率為 0.7. 由拋擲一枚硬幣的結果確定第 1 次踢點球人選, 正面向上甲第 1 次踢點球, 反面向上乙第 1 次踢點球.

(1) 求第 2 次踢點球的人是甲的概率;

(2) 求第 i 次踢點球的人是乙的概率;

(3) 已知: 若隨機變量 X_i 服從兩點分布, 且 $P(X_i = 1) = 1 - P(X_i = 0) = q_i, i = 1, 2, \dots, n$, 則

$$E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n q_i. \text{ 記前 } n \text{ 次 (即從第 1 次到第 } n \text{ 次點球) 中乙踢點球的次數為 } Y, \text{ 求 } E(Y).$$

22. (本小題滿分 12 分)

在直角坐標系 xOy 中, 點 M 到 y 軸的距離比點 M 到點 $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 的距離小 $\frac{3}{2}$, 記動點 M 的軌跡為 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知 $\triangle PAB$ 的頂點 $P\left(\frac{3}{2}, 3\right), A, B$ 在 y 軸右側的 C 上, 且 $\angle APF = \angle BPF$, 證明:

$\triangle PAB$ 的面積不大於 $8\sqrt{3}$.

題 答 要 不 內 封 線

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

