2023/2024 学年度第一学期联盟校第二次学情检测

高三年级数学试题

命题人：张小平　　审题人：颜士荣　　做题人：孔维奇

（总分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 本试卷中所有试题必须作答在答题纸上规定的位置，否则不给分。
2. 答题前，务必将自己姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题纸上。
3. 作答非选择题时必须用黑色字迹 0.5 毫米签字笔书写在答题纸的指定位置上，作答选择题必须用 2B 铅笔在答题纸上将对应题目的选项涂黑。如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，请保持答题纸清洁，不折叠、不破损。

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、单项选择题(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

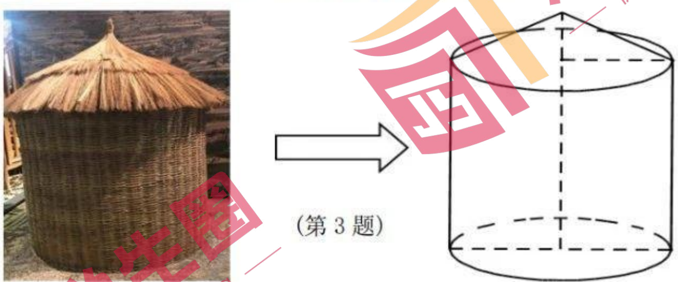
1.设集合 $A=\{x|2^x<4\}, B=\{0,1,4,5\}$，则 $B\bigcap(C_R A)=$（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,2,4\}$　　D. $\{4,5\}$

2.已知角 α 的顶点与原点 O 重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，它的终边经过点 $A(1,-4)$，则 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=$（　　）

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3.如图所示的粮仓可以看成圆柱体与圆锥体的组合体，设圆锥部分的高为0.5 米，圆柱部分的高为 2 米，底面圆的半径为1米，则该组合体体积为（　　）



（第 3 题）

A. $\frac{\pi}{3}$ 立方米　　B. 2π 立方米　　C. $\frac{5\pi}{2}$ 立方米　　D. $\frac{13\pi}{6}$ 立方米

4.若函数 $f(x)=\ln x+x^2-bx$ 在$[1,+\infty)$上是增函数，则 b 的最大值是(　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. 3　　C. 2　　D. $2\sqrt{6}$

5.已知复数 z 满足$|z-2-4i|=1$，当 z 的虚部取最小值时，$z=$（　）

A. $2+3i$　　B. $2-3i$　　C. $-3+5i$　　D. $-3+3i$

6.已知G为ΔABC的重心，$\angle A=\dfrac{2\pi}{3},\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2$,则$\left|\overrightarrow{AG}\right|$的最小值为（　）

A. $\dfrac{1}{8}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{4}{9}$　　D. $\dfrac{1}{9}$

7.已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则"$\{S_n\}$是递增数列"是"$a_n>0$"的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8.已知数列 $\{a_n\}$的首项 $a_1=\dfrac{3}{5}$,且$a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$,$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{a_n}<2025$，则满足条件的最大整数 $n=(\ )$

A. 2022　　B. 2023　　C. 2024　　D. 2025

二、多项选择题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9.设 z 为复数(i 为虚数单位),下列命题正确的有（　）

A.若 $z\in R$,则 $z=\bar{z}$　　B.若 $z^2\in R$,则 $z\in R$

C.若$(1+i)z=1-i$,则$|z|=1$　　D.若 $z^2+1=0$,则 $z=i$

10.若直线 $y=kx+1$ 与圆 C: $(x-2)^2+y^2=9$ 相交于 A, B 两点，则$|AB|$长度可能等于（　）

A. 2　　B. 4　　C. $3\sqrt{2}$　　D. 5

11.若函数 $y=|\sin x|-t$ 在$(0,+\infty)$上的零点从小到大排列后构成等差数列，则 t 的取值可以为（　）

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

12.已知圆锥 SO（O是底面圆的圆心，S是圆锥的顶点）的母线长为$\sqrt{7}$，高为$\sqrt{3}$．若 P, Q为底面圆周上任意两点，则下列结论正确的是（　）

A. 三角形 SPQ 面积的最大值为$\dfrac{7}{2}$

B. 三棱锥 O-SPQ 体积的最大值$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

C. 四面体$SOPQ$外接球表面积最小值为 11π

D. 直线 SP 与平面 SOQ 所成角余弦值最小值为$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13.已知向量 $\mathbf{a}=(\lambda,1)$，$\mathbf{b}=(-1,2)$，若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 共线，则 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=$__________.

14.若函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，则 ω 的取值范围______.

15.若函数 $f\left(x\right)=a^x+b^x(a>0，b>0，a\neq1，b\neq1)$ 是偶函数，则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}$ 的最小值为______.

16.若函数 $f\left(x\right)=x^3+bx^2+cx+d$ 满足 $f\left(1-x\right)+f\left(1+x\right)=0$ 对一切实数 x 恒成立，则不等式 $f'(2x+1)<f'(x+2)$ 的解集为________.

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（10 分）

已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}+2\sqrt{3}\cos^2\dfrac{x}{4}-\sqrt{3}$

（1）求 $f(x)$ 的单调增区间；

（2）若 $f(x)$ 的图象向右平移 m $(m>0)$ 个单位后得到的函数恰好为奇函数，求 m 的最小值.

18.（12 分）

已知圆 M 过 $A(\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$B(10,4)$，且圆心 M 在直线 $y=x$ 上

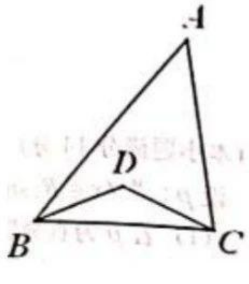
（1）求圆 M 的标准方程；

（2）过点 $(0,-4)$ 的直线 m 截圆 M 所得弦长为 $4\sqrt{5}$，求直线 m 的方程；

19.（12 分）

如图，在△ABC 中，AB＝5，AC＝4，点 D 为△ABC 内一点，满足 BD＝CD＝2，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+5\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=0$.

(1) 求边 BC 的长；（2）求 $\dfrac{\sin\angle ABC}{\sin\angle BCD}$ 的值。

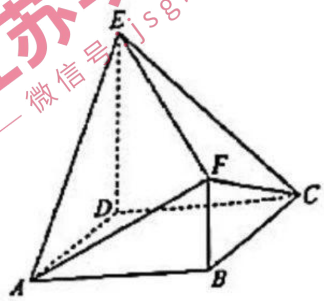


20．(12 分)

如图，多面体 ABCDEF 中，底面 ABCD 为菱形，∠BAD＝60°，ED⊥平面 ABCD，FB⊥平面 ABCD，DE＝AD＝2BF＝2.

(1)求证：CF//平面 ADE；

(2)求二面角 A－EF－C 的余弦值的绝对值.



21．(12 分)

S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，数列$\{b_n\}$满足 $b_n=n-(-1)^n S_n$，$a_1+b_1=3$，$a_2-b_2=5$.

(1)求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n. 若集合 $A=\{n|n\leqslant 100$ 且 $T_n\leqslant 200,n\in N^*\}$，求集合 A 中所有元素的和.

22．(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-1-a\sin x$.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=-x$，求 a 的值；

(2)当$a=2$时，$f(x)\geq 2c-5(c\in Z)$在$x\in[0,\pi]$恒成立，求c的最大值。