

保密★启用前

2022 年菏泽市高三一模考试

数学试题

2022.3

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必将姓名、考生号等个人信息填写在答题卡指定位置。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答。超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{N} | -2 < x < 4\}$ ， $A = \{0, 2\}$ ，则 $\complement_U A$ 为
A. $\{1, 3\}$ B. $\{0, 1, 3\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 3\}$
2. 复数 $z = 3 + i$ ，则 $\bar{z}(z + i) =$
A. 10 B. $7 + 6i$ C. $9 + 3i$ D. $11 + 3i$
3. $(a - x)(2 + x)^6$ 的展开式中 x^5 的系数是 12，则实数 a 的值为
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
4. 如图 1，在高为 h 的直三棱柱容器 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = AC = 2$ ， $AB \perp AC$ 。现往该容器内灌进一些水，水深为 2，然后固定容器底面的一边 AB 于地面上，再将容器倾斜，当倾斜到某一位置时，水面恰好为 A_1B_1C （如图 2），则容器的高 h 为

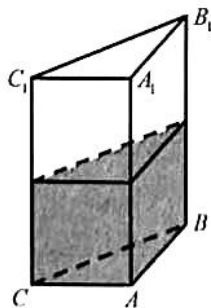


图 1

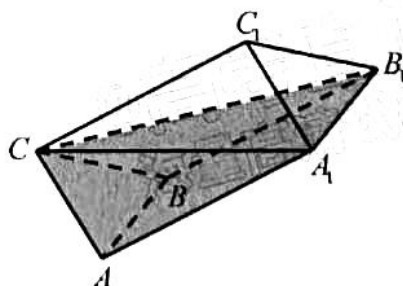


图 2

- A. 3 B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 6
5. 第 24 届冬奥会奥运村有智能餐厅 A、人工餐厅 B，运动员甲第一天随机地选择一餐厅用餐，如果第一天去 A 餐厅，那么第二天去 A 餐厅的概率为 0.7；如果第一天去 B 餐厅，那么第二天去 A 餐厅的概率为 0.8。运动员甲第二天去 A 餐厅用餐的概率为
A. 0.75 B. 0.7 C. 0.56 D. 0.38

高三数学试题 第 1 页（共 4 页）

6. 对于函数 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + \sqrt{3} \cos 2x$, 有下列结论: ①最小正周期为 π ; ②最大值为 3; ③减区间为 $\left[\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$; ④对称中心为 $\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi, 0\right) (k \in \mathbb{Z})$.

则上述结论正确的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知两条直线 $l_1: 2x - 3y + 2 = 0$, $l_2: 3x - 2y + 3 = 0$, 有一动圆 (圆心和半径都在变动) 与 l_1, l_2 都相交, 并且 l_1, l_2 被截在圆内的两条线段的长度分别是定值 26, 24, 则动圆圆心的轨迹方程为

- A. $(y-1)^2 - x^2 = 65$ B. $x^2 - (y-1)^2 = 65$
C. $y^2 - (x+1)^2 = 65$ D. $(x+1)^2 - y^2 = 65$

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, 且满足: $0 < a_1 < 1$, $a_1 a_{18} + 1 < a_{17} + a_{18} < 2$, 记 $T_n = a_1 a_2 \cdots a_n$, 则使得 $T_n > 1$ 的最小正整数 n 为

- A. 36 B. 35 C. 34 D. 33

二、选择题: 共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 某地为响应“扶贫必扶智, 扶智就是扶知识、扶技术、扶方法”的号召, 建立农业科技图书馆, 供农民免费借阅, 收集了近 5 年的借阅数据如下表:

年份	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码 x	1	2	3	4	5
年借阅量 y (万册)	4.9	5.1	5.5	5.7	5.8

根据上表, 可得 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y} = 0.24x + \hat{a}$, 下列结论正确的有

- A. $\hat{a} = 4.68$
B. 借阅量 4.9, 5.1, 5.5, 5.7, 5.8 的 75% 分位数为 5.7
C. y 与 x 的线性相关系数 $r > 0$
D. 2021 年的借阅量一定不少于 6.12 万册

10. 设抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 M 为 C 上一动点, $E(3, 1)$ 为定点, 则下列结论正确的有

- A. 准线 l 的方程是 $y = -2$ B. 以线段 MF 为直径的圆与 y 轴相切
C. $|ME| + |MF|$ 的最小值为 5 D. $|ME| - |MF|$ 的最大值为 2

11. 下列结论正确的有

- A. 若 $\ln a^2 > \ln b^2$, 则 $2^{|a|} > 2^{|b|}$
B. 若 $\frac{|a|}{a^2} > \frac{|b|}{b^2}$, 则 $2^a < 2^b$
C. 若 $b > a > e$ (其中 e 为自然对数的底数), 则 $a^b < b^a$
D. 若 $0 < 2a < b < 3 - a^2$, 则 $\sin a < \sin \frac{b}{2}$

高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)

12. 对圆周率 π 的计算几乎贯穿了整个数学史. 古希腊数学家阿基米德(公元前 287-公元前 212)借助正 96 边形得到著名的近似值: $\frac{22}{7}$. 我国数学家祖冲之(430-501)得出近似值 $\frac{355}{113}$, 后

来人们发现 $\left| \pi - \frac{355}{113} \right| < 10^{-6}$, 这是一个“令人吃惊的好结果”. 随着科技的发展, 计算 π 的方法越来越多. 已知 $\pi = 3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279\ 502 \dots$, 定义 $f(n)$ ($n \in \mathbb{N}$) 的值为 π 的小数点后第 n 个位置上的数字, 如 $f(1) = 1, f(4) = 5$, 规定 $f(0) = 3$. 记 $f^1(n) = f(n)$, $f^{k+1}(n) = f^k(f(n))$ ($k \in \mathbb{N}^*$), 集合 A_k 为函数 $f^k(n)$ ($n \in \mathbb{N}$) 的值域, 则以下结论正确的有

A. $A_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

B. $A_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

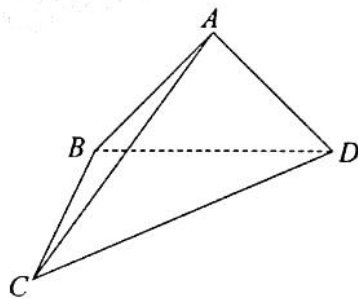
C. 对 $\forall k \in \mathbb{N}^*$, $1 \in A_k$

D. 对 $\forall k \in \mathbb{N}^*$, A_k 中至少有两个元素

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 曲线 $y = \frac{x-1}{2x+3}$ 在点 $(-1, -2)$ 处的切线方程为_____.

14. 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 都是等腰直角三角形, $AB = \sqrt{2}$, $\angle BAD = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$, 平面 $ABD \perp$ 平面 CBD , 则四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为_____.



15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过原点的直线 L 与双曲线在第一象限和第三象限的交点分别为 A, B ,

$\angle F_1 A F_2 = 60^\circ$, 四边形 $A F_1 B F_2$ 的周长 p 与面积 S 满足 $p^2 = \frac{128\sqrt{3}}{9} S$, 则该双曲线的离心率为_____.

16. 已知奇函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 且 $f(-2) = -1, f(1) = 0$, 当 $x > 0, y > 0$ 时, 都有 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 则不等式 $\log_3 |f(x) + 1| < 0$ 的解集为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{9}{2}$,

$b \sin A = 4(\sin A \cos C + \cos A \sin C)$.

(I) 求 a 的长度;

(II) 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

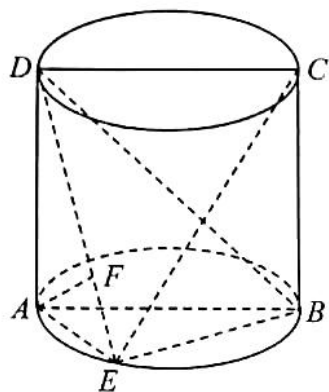
18. (12 分) 如图, 圆柱的轴截面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在底面圆周上, $AF \perp DE$, F 为垂足.

(I) 求证: $AF \perp DB$.

(II) 当直线 DE 与平面 ABE 所成角的正切值为 2 时,

①求二面角 $E-DC-B$ 的余弦值;

②求点 B 到平面 CDE 的距离.



19. (12分) 新冠疫情在西方国家大流行, 国际卫生组织对某国家进行新型冠状病毒感染率抽样调查. 在某地抽取 n 人, 每人一份血样, 共 $n(n \in \mathbb{N}^*)$ 份, 为快速有效地检验出感染过新型冠状病毒者, 下面给出两种方案:

方案甲: 逐份检验, 需要检验 n 次;

方案乙: 混合检验, 把受检验者的血样分组, 假设某组有 $k(k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2)$ 份, 分别从 k 份血样中取出一部分血液混合在一起检验, 若检验结果为阴性, 则说明这 k 个人全部为阴性, 因而这 k 个人的血样只要检验这一次就够了; 若检验结果为阳性, 为了明确这 k 个人中究竟哪些人感染过新型冠状病毒, 就要对这 k 个人的血样再逐份检验, 因此这 k 个人的总检验次数就为 $k+1$.

假设在接受检验的人中, 每个人血样检验结果是阳性还是阴性是相互独立的, 且每个人血样的检验结果是阳性的概率为 $p(0 < p < 1)$.

(I) 若 $n=5, p=0.2$, 用甲方案进行检验, 求 5 人中恰有 2 人感染过新型冠状病毒的概率;

(II) 记 ξ 为用方案乙对 k 个人的血样总共需要检验的次数.

① 当 $k=5, p=0.2$ 时, 求 $E(\xi)$;

② 从统计学的角度分析, p 在什么范围内取值, 用方案乙能减少总检验次数?

(参考数据: $0.8^4 = 0.41, 0.8^5 = 0.33, 0.8^6 = 0.26$)

20. (12分) 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $a_n b_1 + a_{n-1} b_2 + \dots + a_1 b_n = 2^n - \frac{n}{2} - 1$, 其中 $a_n = 2^n$,

(I) 求 b_1, b_2 的值及数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

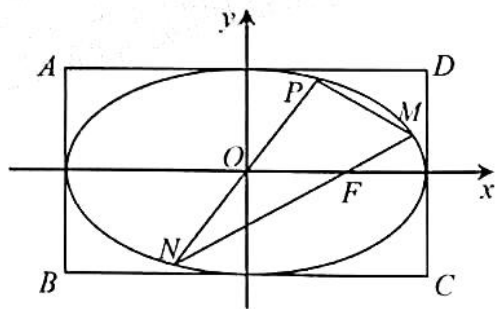
(II) 令 $c_n = \frac{(4b_n - 1)a_n}{b_n b_{n+1}}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

21. (12分) 如图, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 内切于矩形 $ABCD$, 对角线 AC, BD

的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$, 过右焦点 $F(1, 0)$ 的弦交椭圆于 M, N 两点, 直线 NO 交椭圆于另一点 P .

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 若 $\overline{MF} = \lambda \overline{FN}$, 且 $\frac{1}{3} \leq \lambda \leq \frac{1}{2}$, 求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.



22. (12分) 已知函数 $f(x) = e^{x-1} - ax$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $f(x) - x^2 \geq \frac{a^2}{4}$ 对于任意 $x \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

