

2024 届高三数学模拟卷(理科)

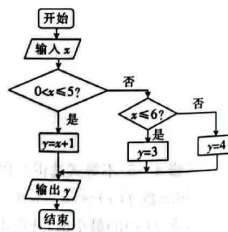
考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x < -2\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $\{x | x(x+2) < 0\}$
 - B. $\{x | x(x+2) > 0\}$
 - C. $\{x | x(x-2) < 0\}$
 - D. $\{x | x(x-2) > 0\}$
2. 已知复数 $z_1 = 12 - 3i$, $z_2 = -9 + i$, 则 $z_1 + z_2$ 的实部与虚部分别为
 - A. 3, -2
 - B. 3, -2i
 - C. 2, -3
 - D. 2, -3i
3. 函数 $y = x^2 + \frac{1}{x^2 - 5}$ ($x > 5$) 的最小值为
 - A. 2
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
4. 若平面 α 截球 O 所得截面圆的面积为 12π , 且球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$, 则球 O 的表面积为
 - A. 48π
 - B. 50π
 - C. 56π
 - D. 64π
5. 执行如图所示的程序框图, 下列判断正确的是
 - A. 若输出的 $y = 3$, 则 $5 < x \leq 6$
 - B. 若输出的 $y = 4$, 则 $x > 6$
 - C. 若输出的 $y = 2$, 则 $x = 1$
 - D. 输出的 y 的值可能为 7
6. 若函数 $f(x) = 2\sin(\frac{\pi}{5}x - \frac{\pi}{4})$, 则
 - A. $f(x)$ 的最小正周期为 10π
 - B. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{4}{5}, 0)$ 对称
 - C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{25}{4})$ 上有最小值
 - D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{15}{4}$ 对称
7. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, 则下列函数既是奇函数, 又在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增的是
 - A. $g(x) = f(x) - f(-x)$
 - B. $g(x) = f(x) + f(-x)$
 - C. $g(x) = f(2^x - 2^{-x})$
 - D. $g(x) = f(-x) - f(x)$



【◆高三数学 第 1 页(共 4 页)理科◆】

8. 函数 $f(x) = \sin(\pi - x)(\sin x + 2\sqrt{3}\cos x)$ 的最大值为

- A. $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$
- B. 2
- C. $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}$
- D. 3

9. 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 作直线 l 与该抛物线交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 若 A 在第一象限, l 的倾斜角为锐角, 且 B 为 CF 的中点, 则 l 的斜率为

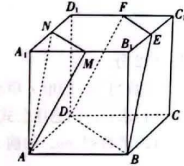
- A. 2
- B. $2\sqrt{2}$
- C. 3
- D. 4

10. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, M, N 均为棱的中点, 现有下列 4 个结论:

- ①平面 $AMN \parallel$ 平面 $BDFE$;
- ②梯形 $BDFE$ 内存在一点 K , 使得 $A_1K \perp$ 平面 AMN ;
- ③过 D_1 可作一个平面, 使得 B_1, N 到这个平面的距离相等;
- ④梯形 $BDFE$ 的面积是 $\triangle AMN$ 面积的 3 倍.

其中正确的个数为

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1



11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $A = \frac{\pi}{3}$, $\log_2 b + 2\log_2 c = 1$, 则当 a 取得

最小值时, $c^3 =$

- A. $\frac{\sqrt{33} - 1}{4}$
- B. $\frac{\sqrt{33} + 1}{4}$
- C. $\frac{\sqrt{33} - 1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{33} + 1}{2}$

12. 设 $\sqrt[4]{258}$ 的小数部分为 x , 则 $x^4 + 16x^3 + 96x^2 + 256x =$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

第 II 卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在答题卡的相应位置。

13. 双曲线 $x^2 - 5y^2 = 1$ 的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 烧水时, 水温随着时间的推移而变化。假设水的初始温度为 20°C , 加热后的温度函数 $T(t) = 100 - ke^{-0.1t}$ (k 是常数, t 表示加热的时间, 单位: min), 加热到第 10 min 时, 水温的瞬时变化率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^\circ\text{C}/\text{min}$.
15. 若随机变量 $X \sim B(25, \sin \theta)$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$), 且 $D(X) = 6$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. 已知函数 $f(x) = (|\log_2 x| - m)(\frac{15}{7} - m - \frac{4x}{7})$ ($0 < x \leq 8$) 恰有 3 个零点, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【◆高三数学 第 2 页(共 4 页)理科◆】

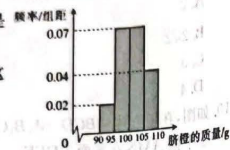
三、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.17-21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22,23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (12分)

从某脐橙果园随机选取200个脐橙,已知每个脐橙的质量(单位:g)都在区间 $[90, 110]$ 内,将这200个脐橙的质量数据分成 $[90, 95)$, $[95, 100)$, $[100, 105)$, $[105, 110]$ 这4组,得到的频率分布直方图如图所示.

- (1)试问这200个脐橙中质量不低于100g的个数是多少?
(2)若每个区间的值以该区间的中间值为代表,估计这200个脐橙的质量的平均数.



18. (12分)

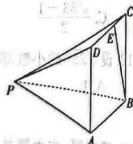
记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $a_1=4, 3a_n=S_{n-1} (n \geq 2)$.

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形, $AB=3, PD=4, PC=5$.

- (1)证明:平面 $PCD \perp$ 平面 PAD .
(2)若 $AD \perp PA, \vec{DE} = 2\vec{EC}$,求直线 BE 与平面 PCD 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知点 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$,动点 M 满足 $|MF_1| + |MF_2| = 4$,动点 M 的轨迹记为 E .

- (1)求 E 的方程.
(2)若不垂直于 x 轴的直线 l 过点 F_2 ,与 E 交于 C, D 两点(点 C 在 x 轴的上方), A_1, A_2 分别为 E 在 x 轴上的左、右顶点,设直线 A_1C 的斜率为 $k_1 (k_1 \neq 0)$,直线 A_2D 的斜率为 k_2 ,试问 $\frac{k_1}{k_2}$ 是否为定值?若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

◆高三数学 第3页(共4页)理科◆

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^3 + x - 2$.

- (1)当 $a=0$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间与极值;
(2)若 $a \leq \frac{1}{6}$,证明:当 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$,且 $x_1 > x_2$ 时, $\frac{f'(x_1) + f'(x_2)}{2} > \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ 恒成立.

(二)选考题:共10分.请考生从第22,23两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3t, \\ y=4t-1 \end{cases} (t \text{ 为参数})$,直线 l_2 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}).$$

- (1)求这两条直线的普通方程(结果用直线的一般式方程表示);
(2)若这两条直线与圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = m^2$ 都相离,求 m 的取值范围.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x-8| + |x+5|$.

- (1)求 $f(x)$ 的最小值,并指出此时 x 的取值范围;
(2)证明: $f(x) < 14$ 等价于 $|x-8+x+5| < 14$.

◆高三数学 第4页(共4页)理科◆

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线