2022—2023学年度第一学期芜湖市中学教学质量统测
高三年级数学试题参考答案

一、单选题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	C	D	D	B	C

二、多选题

9	10	11	12
BC	ACD	ACD	BCD

三、填空题

13.1　　14.$[2,+\infty)$　　15.2　　16.$[\frac{2}{9},\frac{1}{4}]$

四、解答题

17.(1)由题可知$2\sin C-\sin B=2\sin A\cos B$,

且$\sin C=\sin(A+B)$, $\therefore$ $2\cos A\sin B-\sin B=0$

又$\triangle ABC$中, $\sin B\neq 0$, $\therefore$ $\cos A=\frac{1}{2}$,解得$A=\frac{\pi}{3}$ ……………………………………………… (5分)

(2)由题可知$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$, $\therefore$ $\overrightarrow{AD}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})$

即$|AD|^2=\frac{1}{4}(|AB|^2+|AC|^2+2|AB||AC|\cos A)$,又$AD=2$

$\therefore$ $|AB|^2+|AC|^2+|AB||AC|=16\geq 3|AB||AC|$,当且仅当$|AB|=|AC|$时等号成立

$\therefore$ $|AB||AC|\leq\frac{16}{3}$

$\therefore$ $S=\frac{1}{2}|AB||AC|\sin A\leq\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………………………………… (10分)

18.(1)由已知得$2(a_1+a_2)=3a_2$,即$a_2=2$,

$n\geq 2$时,由$2S_n=(n+1)a_n$, $2S_{n-1}=na_{n-1}$,两式相减得$(n-1)a_n=na_{n-1}$,

则$\frac{a_n}{n}=\frac{a_{n-1}}{n-1}=\cdots=\frac{a_2}{2}=\frac{2}{2}=1$,又$\frac{a_1}{1}=1$,于是$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$为常数列.得$a_n=n$ ………… (6分)

注:也可以利用等比型递推关系$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{n}{n-1}$ $(n\geq 2)$,用累乘法求通项公式,请酌情赋分.

(2) $\because b_n=\dfrac{\sin 1}{\cos n\cos(n-1)}=\dfrac{\sin[n-(n-1)]}{\cos n\cos(n-1)}=\dfrac{\sin n\cdot\cos(n-1)-\cos n\cdot\sin(n-1)}{\cos n\cos(n-1)}=\tan n-$

$\tan(n-1)=-\tan(n-1)+\tan n$,

$\therefore T_n=(-\tan 0+\tan 1)+(-\tan 1+\tan 2)+(-\tan 2+\tan 3)+\cdots+[-\tan(n-1)+\tan n]$

$=\tan n$ ………………………………………………………………………………… (12分)

19. (1)零假设为

H_0:疗法与疗效独立,即两种疗法效果没有差异

根据列联表中数据,经过计算得到$\chi^2=\dfrac{136\times(15\times 63-52\times 6)^2}{67\times 69\times 21\times 115}\approx 4.882<7.879=x_{0.005}$

根据小概率值$\alpha=0.005$的独立性检验,没有充分证据推断H_0不成立,因此可以认为H_0成立,即认为两种疗法效果没有差异………………………………………………………… (4分)

(2)设A组中服用甲种中药康复的人数为X_1,则$X_1\sim B(3,\dfrac{14}{15})$,所以$E(X_1)=3\times\dfrac{14}{15}=\dfrac{14}{5}$,

设A组的积分为X_2,则$X_2=2X_1$,所以$E(X_2)=2E(X_1)=\dfrac{28}{5}=5.6$, ………………… (7分)

设B组中服用乙种中药康复的人数为Y_1,则Y_1的可能取值为:0,1,2,3,

$P(Y_1=0)=\dfrac{1}{20}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{2000}$,

$P(Y_1=1)=\dfrac{19}{20}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{20}\times C_2^1\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{37}{2000}$,

$P(Y_1=2)=C_2^1\times\dfrac{19}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{423}{2000}$,

$P(Y_1=3)=\dfrac{19}{20}\times\dfrac{9}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{1539}{2000}$,

故Y_1的分布列为:

Y_1	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{2000}$	$\dfrac{37}{2000}$	$\dfrac{423}{2000}$	$\dfrac{1539}{2000}$

所以$E(Y_1)=0\times\dfrac{1}{2000}+1\times\dfrac{37}{2000}+2\times\dfrac{423}{2000}+3\times\dfrac{1539}{2000}=\dfrac{11}{4}$,

设B组的积分为Y_2,则$Y_2=2Y_1$,所以$E(Y_2)=E(2Y_1)=2E(Y_1)=\dfrac{11}{2}=5.5$, ……… (11分)

因为$5.6>5.5$,所以甲种联合治疗方案更好 ……………………………………… (12分)

20.(1)证明：因为 $AD // CF$，$CF \subset$ 面 $BCFE$，$AD \not\subset$ 面 $BCFE$，

所以 $AD //$ 面 $BCFE$.

又因为 $AD \subset$ 面 $ABED$，面 $ABED \cap$ 面 $BCFE = BE$，

所以 $AD // BE$ ……………………………………………………………………（4分）

(2)条件①②，结论③

由条件易知四边形 $ACFD$ 是平行四边形，故 $CA // FD$，

因为 $FD \perp BE$，所以 $CA \perp BE$，又 $CA \perp DE$，

$BE \cap DE = E$，所以 $CA \perp$ 面 $ABED$，而 $CA \subset$ 面 $ACFD$，故平面 $ABED \perp$ 平面 $ACFD$.

条件①③，结论②

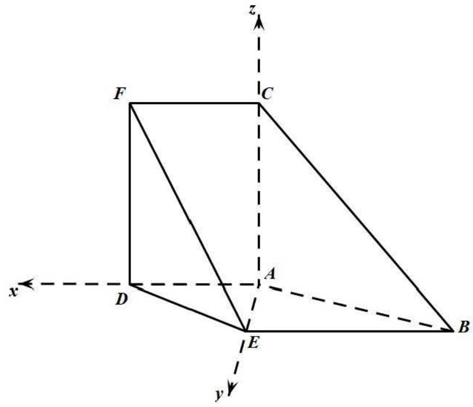
证明：由条件易知四边形 $ACFD$ 是平行四边形，故 $CA // FD$.

由 $FD \perp BE$，$AD // BE$ 可得 $FD \perp AD$.

因为面 $ABED \perp$ 面 $ACFD$，面 $ABED \cap$ 面 $ACFD = AD$，$FD \subset$ 面 $ACFD$

所以 $FD \perp$ 面 $ABED$.

而 $ED \subset$ 面 $ABED$，$CA // FD$，故 $CA \perp DE$ ……………………………………（8分）



第20题图

下面求平面 EAC 和平面 PBD 夹角的余弦值：

$\triangle CFE$ 中，由余弦定理可得 $CE^2 = CF^2 + EF^2 - 2CF \cdot EF \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 12$，故 $CE = 2\sqrt{3}$.

又由 $CA = 2\sqrt{2}$，$CA \perp AE$，得 $AE = 2$.

由 $EF = 4$，$FD = 2\sqrt{2}$，$FD \perp DE$，得 $DE = 2\sqrt{2}$.

因为 $AD^2 + AE^2 = DE^2$，所以 $DA \perp AE$.

以 A 为原点，AD，AE，AC 分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系.

$A(0,0,0)$，$B(-4,2,0)$，$C(0,0,2\sqrt{2})$. 易知 $\vec{m} = (1,0,0)$ 是平面 ACE 的一个法向量.

设 $\vec{n} = (x,y,z)$ 是平面 ABC 的一个法向量

由$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$,得$\begin{cases}-4x+2y=0\\ 2\sqrt{2}z=0\end{cases}$,取$x=1$,得$y=2$,故$\vec{n}=(1,2,0)$

$|\cos<\vec{m},\vec{n}>|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

故平面EAC和平面PBD夹角的余弦值是$\frac{\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………… (12分)

21.解:(1)当直线l的倾斜角为60°时,设直线l的方程为$y=\sqrt{3}(x-\frac{p}{2})$,

联立方程$\begin{cases}y^2=2px\\ y=\sqrt{3}(x-\frac{p}{2})\end{cases}$得:$3x^2-5px+\frac{3}{4}p^2=0$,

$\therefore x_1+x_2=\frac{5p}{3}$,$|AB|=x_1+x_2+p=\frac{8p}{3}=\frac{16}{3}$,

$\therefore p=2$,$\therefore$抛物线C的方程为$y^2=4x$ ……………………………………………… (4分)

(2)设直线l的方程为$x-1=my$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

联立方程$\begin{cases}y^2=4x\\ x=my+1\end{cases}$得:$y^2-4my-4=0$,

$\therefore y_1+y_2=4m,y_1y_2=-4,x_1+x_2=m(y_1+y_2)+2=4m^2+2,x_1x_2=\frac{y_1y_2}{16}=1$,

则以AB为直径的圆的方程为:$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$,

即:$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2+y^2-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$,

代入得:$x^2-(4m^2+2)x+y^2-4my-3=0$,

过焦点F且垂直于l的直线为:$y=-m(x-1)$,

联立方程$\begin{cases}x^2-(4m^2+2)x+y^2-4my-3=0\\ y=-m(x-1)\end{cases}$得:$(m^2+1)x^2-2(m^2+1)x-3(m^2+1)=0$

即:$x^2-2x-3=0$,解得:$x=-1$或3,

所以过焦点F且垂直于l的直线与以AB为直径的圆的交点分别在定直线$x=-1$和$x=3$上.

……………………………………………………………………………………………… (12分)

22.(1)当$a=1$时,令$\varphi(x)=f(x)-g(x)=e^x-\frac{x^2}{4}-1-\ln(x+1)$,

$\varphi'(x)=e^x-\frac{x}{2}-\frac{1}{x+1}$,$\varphi''(x)=e^x-\frac{1}{2}+\frac{1}{(x+1)^2}$,

当x≥0时，$e^x\geq 1$，当$-1<x<0$时，$\frac{1}{(x+1)^2}>1$，$\therefore \varphi''(x)>0$

得$\varphi'(x)$在$(-1,+\infty)$内单调递增，由$\varphi'(0)=0$，

得当$-1<x<0$时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$在$(-1,0)$内单调递减，

当$x>0$时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增，

$\therefore \varphi(x)\geq\varphi(0)=0$，即$f(x)\geq g(x)$ ……………………………………………………（5分）

(2) $h(x)=f(x)-g(x)=e^x-\frac{x^2}{4}-1-a\ln(x+1)$，

当a≤1时，由$x>0$，得$\ln(x+1)>0$，$\therefore \ln(x+1)\geq a\ln(x+1)$，

由(1)可得$h(x)\geq\varphi(x)>\varphi(0)=0$；

当$a>1$时$h'(x)=e^x-\frac{x}{2}-\frac{a}{x+1}$，$h''(x)=e^x-\frac{1}{2}+\frac{a}{(x+1)^2}$，

由$x>0$得$h''(x)>0$，$\therefore h'(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增

由$h'(0)=1-a<0$，$h'(a)=e^a-\frac{a}{2}-\frac{a}{a+1}>a+1-\frac{a}{2}-\frac{a}{a+1}=\frac{a}{2}+\frac{1}{a+1}>0$

$\therefore \exists x_0\in(0,a)$，使得$h'(x_0)=0$，

则当$0<x<x_0$时，$h'(x)<0$，$h(x)$在$(0,x_0)$内单调递减，

当$x_0<x$时，$h'(x)>0$，$h(x)$在$(x_0,+\infty)$内单调递增，

由$h(0)=0$得$h(x_0)<0$，

$h(2a)=e^{2a}-a^2-1-a\ln(2a+1)>4a^2-a^2-1-2a^2=a^2-1>0$，

$\therefore \exists x_0\in(0,2a)$，使得$h(x_0)=0$，

综上，当a≤1时$h(x)$在$(0,+\infty)$内无零点；

当$a>1$时$h(x)$在$(0,+\infty)$内有一个零点；…………………………………………………（12分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。