哈三中 2023-2024 学年度上学期高三学年期末考试

数学答案

1. 【答案】C

2. 【答案】A

3. 【答案】B

4. 【答案】B

5. 【答案】D

6. 【答案】A

7.【答案】A

8. 【答案】C

9. 【答案】BCD

10. 【答案】AB

11. 【答案】BCD

12. 【答案】ACD

13. 【答案】$-4\sqrt{5}$

14. 【答案】$\frac{20\sqrt{15}\pi}{27}$

15. 【答案】$\frac{9}{16}$

16. 【答案】$(-\infty,-3)\cup(0,3)$

17. 【答案】(1) $\frac{2\pi}{3}$;

(2) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

【解析】

【分析】(1)利用正弦定理边化角，然后由三角形内角和定理与和差公式化简整理即可求解；

(2)在$\triangle BCD$和$Rt\triangle ABD$分别根据正弦定理和三角函数定义列式，联立整理得$c=2a$，再由余弦定理求得$b=\sqrt{7}a$，然后可解.

【小问 1 详解】

因为$\sqrt{3}a=b\left(\sqrt{3}\cos C-\sin C\right)$,

所以，由正弦定理可得$\sqrt{3}\sin A=\sin B\left(\sqrt{3}\cos C-\sin C\right)$，

又$\sin A=\sin\left[\pi-\left(B+C\right)\right]=\sin\left(B+C\right)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$，

所以$\sqrt{3}\sin B\cos C+\sqrt{3}\cos B\sin C=\sin B\left(\sqrt{3}\cos C-\sin C\right)$，

整理得$\sin C\left(\sqrt{3}\cos B+\sin B\right)=2\sin C\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)=0$，

因为$C\in\left(0,\pi\right),\sin C>0$，所以$\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)=0$，

又$B\in\left(0,\pi\right),B+\dfrac{\pi}{3}\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{4\pi}{3}\right)$，所以$B+\dfrac{\pi}{3}=\pi$，即$B=\dfrac{2\pi}{3}$.

【小问2详解】

由（1）知$B=\dfrac{2\pi}{3}$，因为$DB\perp BA$，所以$\angle CBD=\dfrac{\pi}{6}$，

记$\angle BDC=\theta$，则$\angle BDA=\pi-\theta$，

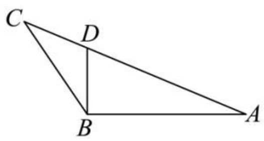
在$\triangle BCD$中，由正弦定理得$\dfrac{CD}{\sin\dfrac{\pi}{6}}=\dfrac{a}{\sin\theta}$，得$CD=\dfrac{a}{2\sin\theta}$，

在$Rt\triangle ABD$中，有$AD=\dfrac{c}{\sin\left(\pi-\theta\right)}=\dfrac{c}{\sin\theta}$，

因为$AD=4DC$，所以$\dfrac{c}{\sin\theta}=\dfrac{2a}{\sin\theta}$，得$c=2a$，

在$\triangle ABC$中，由余弦定理可得$b^2=a^2+4a^2-2a\times 2a\cos\dfrac{2\pi}{3}=7a^2$，即$b=\sqrt{7}a$，

所以$\cos C=\dfrac{a^2+7a^2-4a^2}{2a\times\sqrt{7}a}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$.



18.

【答案】（1）$a_n=2n-1$

（2）$T_{1012}=\dfrac{2024}{2025}$

【解析】

【分析】（1）根据等差数列的通项公式和等比中项即可得解；

（2）由裂项相消法可求出前 1012 项和.

【小问 1 详解】

设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

又$a_1=1$，则$a_2=a_1+d=1+d$，$a_5=a_1+4d=1+4d$，

因为a_1,a_2,a_5成等比数列，所以$a_2^2=a_1\cdot a_5$，

即$(1+d)^2=1\times(1+4d)$，

得$d^2-2d=0$，

又因为$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列，所以$d=2$，

即$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times2=2n-1$.

【小问 2 详解】

由（1）知

$$b_n=(-1)^{n+1}\frac{4n}{a_n\cdot a_{n+1}}=(-1)^{n+1}\frac{4n}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1}\right),$$

$$T_{1012}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{1011}+b_{1012}$$

$$=\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2021}+\frac{1}{2023}\right)-\left(\frac{1}{2023}+\frac{1}{2025}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2025}=\frac{2024}{2025}.$$

19.

【答案】（1）$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

（2）$[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$

【解析】

【分析】（1）先由离心率得出$a=\sqrt{2}b$，再由直线A_2G与圆$x^2+y^2=\frac{8}{3}$相切得到圆心$O(0,0)$到直线A_2G的距离等于半径得出$8a^2+8b^2=3a^2b^2$，联立即得椭圆方程；

（2）依题设出直线AB方程，与椭圆方程联立，得出韦达定理，求出AB的中点H坐标，利用条件$|MA|=|MB|$判断MH是直线AB的中垂线，求出方程，将求m的取值范围转化成求关于t的函数的值域问

题即得.

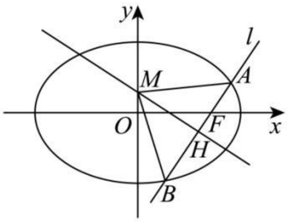
【小问 1 详解】

由 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 可得：$a=\sqrt{2}b$ ①因 $A_2(a,0),G(0,b)$，则 $l_{A_2G}:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 即：$bx+ay-ab=0$，

又因直线 A_2G 与圆 $x^2+y^2=\frac{8}{3}$ 相切，则 $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$，化简得：$8a^2+8b^2=3a^2b^2$ ②，

联立①②，可解得：$\begin{cases}a=2\sqrt{2}\\ b=2\end{cases}$，故椭圆 C 的标准方程为：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

【小问 2 详解】



如图，因直线 l 与 x 轴不重合，椭圆焦点为 $F(2,0)$，故可设 $l:x=ty+2$，由 $\begin{cases}x=ty+2\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$，消去 x 整理得：

$(t^2+2)y^2+4ty-4=0$，

易得：$\Delta>0$，不妨设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则有 $\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{4t}{t^2+2},\\ y_1\cdot y_2=-\frac{4}{t^2+2}\end{cases}$

设 AB 中点为 $H(x_0,y_0)$，则：

$y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=-\frac{2t}{t^2+2}$，$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{t(y_1+y_2)}{2}+2=\frac{t}{2}\cdot(-\frac{4t}{t^2+2})+2=\frac{4}{t^2+2}$，即：$H(\frac{4}{t^2+2},-\frac{2t}{t^2+2})$，

因 $|MA|=|MB|$，则 MH 为直线 AB 的中垂线.又因直线 AB 的斜率为 $\frac{1}{t}$，故直线 AB 的中垂线 MH 的斜率为 $-t$，

于是 $l_{MH}:y+\frac{2t}{t^2+2}=-t(x-\frac{4}{t^2+2})$，因 $M(0,m)$，则有：$m=\frac{4t}{t^2+2}-\frac{2t}{t^2+2}=\frac{2t}{t^2+2}$，

①当 $t=0$ 时，$m=0$，此时直线 $l:x=2$，点 $M(0,0)$，符合题意；

②当 $t\neq 0$ 时，$m=\frac{2}{t+\frac{2}{t}}$，若 $t>0$，则 $t+\frac{2}{t}\geq 2\sqrt{2}$，可得 $m\in(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$，当且仅当 $t=\sqrt{2}$ 时取等号；

若$t<0$，则$t+\frac{2}{t}\le -2\sqrt{2}$,可得$m\in[-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$，当且仅当$t=-\sqrt{2}$时取等号.

综上，实数m的取值范围为$[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$.

20.

【答案】(1）证明见解析

(2）$\lambda=2$

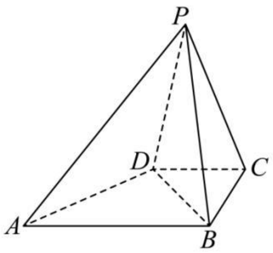
【解析】

【分析】(1）要证面面垂直，需证线面垂直，就是要证$AD\perp$平面PBD，再进一步判断面面垂直；

(2）建立空间直角坐标系，用向量的方法求解.

【小问1详解】

如图：



因为$CB=CD=2$，$\angle BCD=60^\circ$，所以$\triangle BCD$为等边三角形，$BD=2$

又$AB//CD$，所以$\angle ABD=\angle BDC=60^\circ$，又$AB=4$，

所以$AD^2=AB^2+BD^2-2AB?BD\cdot\cos 60^\circ=16+4-2\times4\times2\times\frac{1}{2}=12$.

因为$AD^2+BD^2=AB^2$，所以$\triangle ABD$为直角三角形，$AD\perp BD$.

又$AD\perp PD$，BD，PD为平面PBD内的两条相交直线，

所以$AD\perp$平面PBD，$AD\subset$平面$ABCD$，所以：平面$PBD\perp$平面$ABCD$.

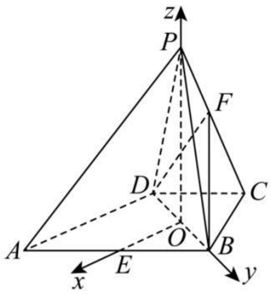
【小问2详解】

取BD中点O，AB中点E，因为$PB=PD\Rightarrow PO\perp BD$，

又平面$PBD\perp$平面$ABCD$，平面$PBD\bigcap$平面$ABCD=BD$，$PO\subset$平面PBD，

所以$PO\perp$平面$ABCD$，又$OE\perp BD$，

故以O为原点，建立如图空间直角坐标系，



所以$B(0,1,0)$，$D(0,-1,0)$，$P(0,0,3)$，$E(\sqrt{3},0,0)$，$A(2\sqrt{3},-1,0)$，$C(-\sqrt{3},0,0)$.

设$F(x,y,z)$，因为$\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{FP}\Rightarrow(x+\sqrt{3},y,z)=\lambda(-x,-y,3-z)\Rightarrow\begin{cases}x+\sqrt{3}=-\lambda x\\ y=-\lambda y\\ z=\lambda(3-z)\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{3}}{1+\lambda}\\ y=0\\ z=\dfrac{3\lambda}{1+\lambda}\end{cases}$，所以$F\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{1+\lambda},0,\dfrac{3\lambda}{1+\lambda}\right)$.

设平面ADP的法向量为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\perp\overrightarrow{AD}\\ \vec{m}\perp\overrightarrow{DP}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DP}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x_1,y_1,z_1)\cdot(-2\sqrt{3},0,0)=0\\ (x_1,y_1,z_1)\cdot(0,1,3)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=0\\ y_1+3z_1=0\end{cases}$，取$\vec{m}=(0,3,-1)$；

设平面BDF的法向量为$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{BD}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{BF}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x_2,y_2,z_2)\cdot(0,-2,0)=0\\ (x_2,y_2,z_2)\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{1+\lambda},-1,\dfrac{3\lambda}{1+\lambda}\right)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y_2=0\\ -\sqrt{3}x_2+3\lambda z_2=0\end{cases}$，取

$\vec{n}=(\sqrt{3}\lambda,0,1)$.

那么$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=(0,3,-1)\cdot(\sqrt{3}\lambda,0,1)=-1$，$|\vec{m}|=\sqrt{10}$，$|\vec{n}|=\sqrt{3\lambda^2+1}$.

由$\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{130}}{130}\Rightarrow3\lambda^2+1=13\Rightarrow\lambda^2=4$，又$\lambda>0$，所以$\lambda=2$.

【点睛】关键点睛：根据$\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{FP}$，和点$C$、$F$的坐标，求$F$点坐标是本题的一个关键.

21.

【答案】（1）$x^2+y^2=16$

（2）证明见详解，直线EF过定点$(1,0)$

【解析】

【分析】（1）设出圆心坐标，利用圆心到圆上各点的距离等于半径求解即可；

（2）设出直线 AM 的方程和直线 AN 的方程，分别与圆的方程联立写出 E、F 的坐标，进而写出直线 EF 的方程，化简即可证明直线 EF 经过定点，并求出定点的坐标.

【小问 1 详解】

因为圆心在直线 $y=x$ 上，设圆心为 (a,a)，

又因为圆 G 经过点 $\left(2,2\sqrt{3}\right),(-4,0)$

则 $(a-2)^2+\left(a-2\sqrt{3}\right)^2=(a+4)^2+a^2$，解得 $a=0$，

所以圆心 $(0,0)$，半径为 $\sqrt{(0+4)^2+0^2}=4$，

所以圆 G 的标准方程为 $x^2+y^2=16$

【小问 2 详解】

由圆 G 与 x 轴分别交于 M,N 两点，不妨设 $M(-4,0),N(4,0)$，

又 A 为直线 $l:x=16$ 上的动点，设 $A(16,t)(t\neq 0)$，则 $k_{AM}=\dfrac{t}{20},k_{AN}=\dfrac{t}{12}$，

则 AM 方程为 $y=\dfrac{t}{20}(x+4)$，AN 方程为 $y=\dfrac{t}{12}(x-4)$，

设 $E(x_1,y_1),F(x_2,y_2)$，

联立方程 $\begin{cases} y=\dfrac{t}{20}(x+4) \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$，解得 $\left(400+t^2\right)x^2+8t^2x+16\left(t^2-400\right)=0$，

所以 $-4x_1=\dfrac{16\left(t^2-400\right)}{400+t^2}$，即 $x_1=\dfrac{-4\left(t^2-400\right)}{400+t^2},y_1=\dfrac{160t}{400+t^2}$，即 $E\left(\dfrac{-4\left(t^2-400\right)}{400+t^2},\dfrac{160t}{400+t^2}\right)$.

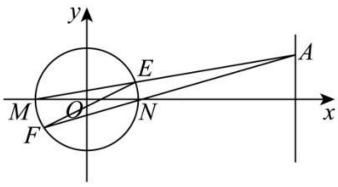
联立方程 $\begin{cases} y=\dfrac{t}{12}(x-4) \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$，解得 $\left(144+t^2\right)x^2-8t^2x+16\left(t^2-144\right)=0$，

所以 $4x_2=\dfrac{16\left(t^2-144\right)}{144+t^2}$，即 $x_2=\dfrac{4\left(t^2-144\right)}{144+t^2},y_2=\dfrac{-96t}{144+t^2}$，即 $F\left(\dfrac{4\left(t^2-144\right)}{144+t^2},\dfrac{-96t}{144+t^2}\right)$.

所以 $k_{EF}=\dfrac{\dfrac{160t}{400+t^2}-\dfrac{-96t}{144+t^2}}{\dfrac{-4\left(t^2-400\right)}{400+t^2}-\dfrac{4\left(t^2-144\right)}{144+t^2}}=\dfrac{32t}{240-t^2}$，

所以直线EF的方程为$y-\frac{-96t}{144+t^2}=\frac{32t}{240-t^2}\left(x-\frac{4\left(t^2-144\right)}{144+t^2}\right)$,

化简得$y=\frac{32t}{240-t^2}(x-1)$,所以直线$EF$过定点$(1,0)$.



22. 【答案】(1) $y=\frac{\mathrm{e}}{4}x+\frac{\mathrm{e}}{4}$

(2) $f(x)<g(x)<h(x)$;理由见解析;

(3) 证明见解析.

【解析】

【分析】(1) 求出导数,求得切线斜率和切点,由点斜式方程即可得到切线方程;

(2) 构造函数,利用导数确定函数的单调性,求出最值,即可判定结论;

(3) 构造函数,结合数列知识求和即可证明结论.

【小问1详解】

由$f(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{x+1}$得,$f'(x)=\frac{x\mathrm{e}^x}{(x+1)^2}$,

所以$f(x)$在$x=1$处的切线的斜率$k=f'(1)=\frac{\mathrm{e}}{4}$,切点$\left(1,\frac{\mathrm{e}}{2}\right)$,

所以所求切线方程为:$y-\frac{\mathrm{e}}{2}=\frac{\mathrm{e}}{4}(x-1)$,即$y=\frac{\mathrm{e}}{4}x+\frac{\mathrm{e}}{4}$;

【小问2详解】

结论:$f(x)<g(x)<h(x)$;理由如下:

要证$f(x)<g(x)$,即证$\frac{\mathrm{e}^x}{x+1}<\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}$,只需证$2\mathrm{e}^x<(x+1)\left(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\right)$,

令$\varphi(x)=2\mathrm{e}^x-(x+1)\left(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\right)$,

则$\varphi'(x)=2\mathrm{e}^x-\left(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\right)-(x+1)\left(\mathrm{e}^x\text{-}\mathrm{e}^{-x}\right)=x\left(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^x\right)$,

当$x>0$时,$e^{-x}<1$,$\mathrm{e}^x>1$,故$\varphi'(x)<0$,

所以$\varphi(x)=2e^{x}-(x+1)(e^{x}+e^{-x})$在$x>0$时单调递减，

所以$\varphi(x)<\varphi(0)=0$，即$2e^{x}-(x+1)(e^{x}+e^{-x})<0$，

所以$\dfrac{e^{x}}{x+1}<\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$，故$f(x)<g(x)$；

要证$g(x)<h(x)$，即证$\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}<e^{\frac{x^2}{2}}$，只需证$\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}<\ln e^{\frac{x^2}{2}}$，

令$v(x)=\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}-\ln e^{\frac{x^2}{2}}=\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}-\dfrac{1}{2}x^2$，

则$v'(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}-x$，令$w(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}-x$，

则$w'(x)=\dfrac{4}{(e^{x}+e^{-x})^2}-1$，

当$x>0$时，$e^{x}+e^{-x}>2$，从而$(e^{x}+e^{-x})^2>4$，

故$w'(x)=\dfrac{4}{(e^{x}+e^{-x})^2}-1<0$，

所以$v'(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}-x$在$x>0$时单调递减，所以$v'(x)<v'(0)=0$，

从而$v(x)=\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}-\dfrac{1}{2}x^2$在$x>0$时单调递减，

所以$v(x)<v(0)=0$，即$\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}-\ln e^{\frac{x^2}{2}}<0$，即$\ln\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}<\ln e^{\frac{x^2}{2}}$

所以$\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}<e^{\frac{x^2}{2}}$，故$g(x)<h(x)$，

又因为$f(x)<g(x)$，所以$f(x)<g(x)<h(x)$.

【小问 3 详解】公众号：高中试卷君

令$u(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)(x>0)$，则$u'(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{-x}{(x+1)^2}<0$

所以$u(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$在当$x>0$时单调递减，所以$u(x)<u(0)=0$，

所以$\dfrac{x}{x+1}<\ln(x+1)$，即$\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}+1}<\ln(x+1)$，

令$x=\dfrac{1}{n}$，则有$\dfrac{1}{n+1}<\ln\left(\dfrac{1}{n}+1\right)=\ln(n+1)-\ln n$，

即$\dfrac{1}{n+1}<\ln(n+1)-\ln n$，

所以$\dfrac{1}{n+2}<\ln(n+2)-\ln(n+1)$，

$\dfrac{1}{n+3}<\ln(n+3)-\ln(n+2)$，

…

$\dfrac{1}{2n}<\ln 2n-\ln(2n-1)$，

所以$\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\cdots\dfrac{1}{2n}<\ln 2n-\ln n=\ln 2$，

所以$1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n}$

$=\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n}\right)-2\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n}\right)$

$=\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n}\right)-\left(1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{n}\right)$，

所以$1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n}=\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\cdots\dfrac{1}{2n}$，

因为$\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}+\cdots\dfrac{1}{2n}<\ln 2$，

所以$1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n}<\ln 2$；

下面先证当$x>0$时，$\ln x\le x-1$，

令$p(x)=x-1-\ln x(x>0)$，

$p'(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$，令$p'(x)>0$，则$x>1$，

所以$p(x)=x-1-\ln x$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，

所以$p(x)\ge p(1)=0$，

从而$p(x)=x-1-\ln x\ge 0$，即$\ln x\le x-1$，

当且仅当$x=1$时，$\ln x=x-1$，

所以当$x>0$时，$\ln(x+1)<x$，

令 $x=\frac{1}{n}$，则有 $\ln\left(\frac{1}{n}+1\right)<\frac{1}{n}$，

即 $\ln(n+1)-\ln n<\frac{1}{n}$，

所以 $\ln(n+2)-\ln(n+1)<\frac{1}{n+1}$，

$\ln(n+3)-\ln(n+2)<\frac{1}{n+2}$，

…

$\ln(2n)-\ln(2n-1)<\frac{1}{2n-1}$，

所以 $\ln(2n)-\ln n<\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}$，

即 $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}>\ln 2$，

因为 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}$

$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-2}\right)$

$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n-1}\right)$，

所以 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}=\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}$，

因为 $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}>\ln 2$，

所以 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}>\ln 2$，

综上所述，$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}<\ln 2<1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。