

绝密★启用并使用完毕前

山东高中名校 2024 届高三上学期统一调研考试

数学试题

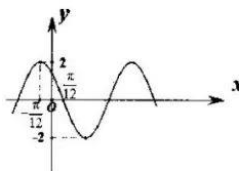
2023.12

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

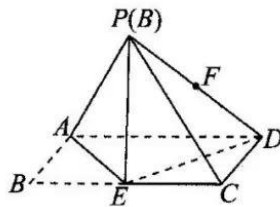
一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x \mid |x| < 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x < 0\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $\{x \mid 0 < x < 1\}$
 - B. $\{x \mid -1 < x < 0\}$
 - C. $\{x \mid -1 < x < 2\}$
 - D. $\{x \mid 0 < x < 2\}$
2. 已知直线 m, n 和平面 α , 满足 $n \subset \alpha$, 则 “ $m \parallel n$ ” 是 “ $m \parallel \alpha$ ” 的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充分必要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
3. 复数 z 满足 $|z - i| = |z - 1|$, 则 $|z + 1|$ 的最小值为
 - A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - B. 1
 - C. $\sqrt{2}$
 - D. $\frac{1}{2}$
4. 已知 A, P, Q 是半径为 2 的圆上的三个动点, 弦 PQ 所对的圆心角为 120° , 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 的最大值为
 - A. 6
 - B. 3
 - C. $\sqrt{6}$
 - D. $\sqrt{3}$
5. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象, 则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) =$
 - A. -1
 - B. $-\sqrt{2}$
 - C. $-\sqrt{3}$
 - D. -2



高三调研数学试题 第 1 页 (共 4 页)

6. 已知 $f(x) = \lg(\sin x - \cos x)$, 则下列结论错误的是
- A. $f(x)$ 是周期函数 B. $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增
- C. $y = f(x)$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称 D. 方程 $f(x) = 0$ 在 $[0, 2\pi]$ 有 2 个相异实根
7. 已知 $a = \ln(1.2e)$, $b = e^{0.2}$, $c = \frac{1.2}{e^{0.2}}$, 则有
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$
8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+2) + f(2-x) = 0$, 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = \ln x$, 则 $f(x)$ 在 $[-10, 10]$ 上的零点个数为
- A. 10 B. 15 C. 20 D. 21
- 二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.
9. 已知 $a > b$, 下列结论正确的是
- A. 对任意实数 c , $ac^2 > bc^2$ B. 若 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $ab < 0$
- C. 若 $b > 0$, 则 $2a + \frac{1}{b} + \frac{1}{a-b}$ 的最小值是 $4\sqrt{2}$ D. 若 $a^2 > b^2$, 则 $ab > 0$
10. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$, 则下列结论正确的是
- A. $f(x)$ 在 $[-2, 1]$ 上的最小值为 -10 B. $y = f(x)$ 的图象与 x 轴有 3 个公共点
- C. $y = f(x)$ 的图象关于点 $(0, 1)$ 对称 D. $y = f(x)$ 的图象过点 $(-2, 0)$ 的切线有 3 条
11. 如图, 长方形 $ABCD$ 中, $AB = 1, BC = 2$, E 为 BC 的中点, 现将 $\triangle BAE$ 沿 AE 向上翻折到 $\triangle PAE$ 的位置, 连接 PC, PD , 在翻折的过程中, 以下结论正确的是



- A. 存在点 P , 使得 $PA \perp ED$
- B. 四棱锥 $P-AECD$ 体积的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- C. PD 的中点 F 的轨迹长度为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$
- D. EP, CD 与平面 PAD 所成的角相等

12. 设 P_1, P_2, \dots, P_n 为平面 α 内的 n 个点, 平面 α 内到点 P_1, P_2, \dots, P_n 的距离之和最小的点, 称为点 P_1, P_2, \dots, P_n 的“优点”. 例如, 线段 AB 上的任意点都是端点 A, B 的优点. 则有下列命题为真命题的有:

- A. 若三个点 A, B, C 共线, C 在线段 AB 上, 则 C 是 A, B, C 的优点
- B. 若四个点 A, B, C, D 共线, 则它们的优点存在且唯一
- C. 若四个点 A, B, C, D 能构成四边形, 则它们的优点存在且唯一
- D. 直角三角形斜边的中点是该直角三角形三个顶点的优点

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 某学校报告厅共有 20 排座位, 从第 2 排起后一排都比前一排多 2 个座位. 若第 10 排有 41 个座位, 则该报告厅座位的总数是_____.

14. 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos 2\alpha =$ _____.

15. 已知圆锥的母线长为 l (定值), 当圆锥体积最大时, 其侧面展开图的圆心角大小为_____.

16. 已知 $\triangle ABC$ 内角分别为 A, B, C , 且满足 $\cos \frac{B}{2} + 2 \sin \frac{A-C}{2} = 0$, 则 $\frac{5}{\sin A} + \frac{9}{\sin C}$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{\cos A} = 4$.

- (1) 求 bc ;
- (2) 若 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} = \frac{b}{c} + 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = x - (m+2) \ln x - \frac{2m}{x}$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线 l 垂直于直线 $x - 2y + 1 = 0$, 求 l 的方程;
- (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 是公比不相等的两个等比数列, 令 $c_n = a_n + b_n$.

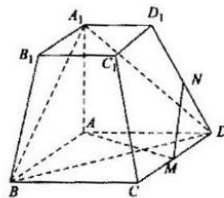
(1) 证明: 数列 $\{c_n\}$ 不是等比数列;

(2) 若 $a_n = 2^n, b_n = 3^n$, 是否存在常数 k , 使得数列 $\{c_{n+1} + kc_n\}$ 为等比数列? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 说明理由.

20. (12分) 如图, 在四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle BAD = 120^\circ$, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, M 为棱 CD 上的点. $AD = AA_1 = 2$, $A_1B_1 = DM = 1$.

(1) 求证: $AM \perp A_1B$;

(2) 若 M 为 CD 的中点, N 为棱 DD_1 上的点, 且 $DN = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 求平面 A_1MN 与平面 A_1BD 所成角的余弦值.



21. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且对任意的正整数 n , n 与 S_n 的等差中项为 a_n .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $\frac{n}{2} - \frac{1}{3} < \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_{n+1}} < \frac{n}{2} (n \in \mathbb{N}^+)$.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - a(1-x+\ln x)$, 其导函数为 $f'(x)$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 不是单调函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $(1, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的最小整数值. ($e^2 \approx 7.39$)

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索