

2023~2024 学年高三第五次联考（月考）试卷

理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分.满分 150 分，考试时间 120 分钟.
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效.
4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、函数、导数及其应用、三角函数、三角恒等变换、解三角形、平面向量、数列、不等式、立体几何（含空间向量）、直线与圆（约 50%），圆锥曲线、概率、计数原理、统计、算法、复数（约 50%）.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \left\{ x \mid -2 < x < \frac{1}{2} \right\}$, $B = \{x \mid x(3x-8) \geq 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\left(-2, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(-2, \frac{1}{3}\right]$ C. $\left[-3, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$

2. 已知 $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, 且 $\frac{a+3i}{1+bi} = 1+2i$, 则 $|a+bi| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{10}$ D. 10

3. 已知直线 $mx+2y+m+2=0$ 与直线 $4x+(m+2)y+2m+4=0$ 平行，则 m 的值为 ()

- A. 4 B. -4 C. 2 或 -4 D. -2 或 4

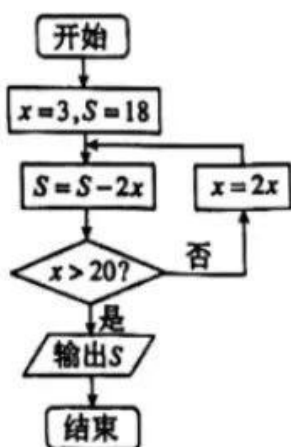
4. 中国文字博物馆荟萃历代中国文字样本精华，用详尽的资料向世界展示了中华民族一脉相承的文字和辉煌灿烂的文明. 该博物馆馆藏的重要藏品主要分为铜器、碑碣、钱币、陶器、玉石器、甲骨、竹木、纸质、瓷器共九类. 小胡同学去该馆任意选取四类重要藏品参观，则在钱币、玉石器、甲骨、瓷器这四类中至少参观其中一类的不同选择方案的种数是 ()

- A. 224 B. 121 C. 96 D. 84

5. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 满足 $\overline{BD} = 2\overline{DC}$ ，点 E 满足 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CD} + \frac{1}{2}\overline{CA}$ ，若 $\overline{AC} = x\overline{BE} + y\overline{BC}$ ，则 $x+y =$ ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

6. 执行如图所示的程序，输出 S 的值为 ()



- A. 0 B. -24 C. -72 D. -158

7. 色度和色变量衡量毛绒玩具质量优劣的重要指标，现抽检一批产品测得数据如下表所示：

色差 x	21	23	25	27
色度 y	15	18	19	20

根据上表提供的数据，得该产品的色度 y 和色差 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.8x + a$ ，当该产品的色差为 28 时，估计该产品的色度为 ()

- A. 20.8 B. 20.6 C. 21.6 D. 21.2

8. 设 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{18} = 1$ 的两个焦点，点 P 是 C 上的一点，且 $\cos \angle F_1PF_2 = \frac{1}{3}$ ，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 ()

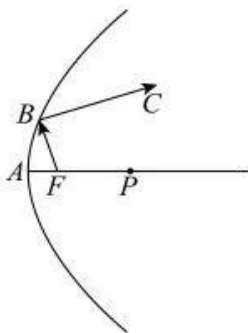
- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. 9 D. $9\sqrt{2}$

9. 若 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = 3\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ ，则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = ()$

- A. $5\sqrt{3} - 6$ B. $5\sqrt{3} + 6$ C. $\frac{5\sqrt{3} - 6}{3}$ D. $\frac{5\sqrt{3} + 6}{3}$

10. 圆锥曲线具有光学性质，如双曲线的光学性质是：从双曲线的一个焦点发出的光线，经过双曲线反射后，反射光线是发散的，其反向延长线会经过双曲线的另一个焦点，如图，一个镜面的轴截面图是一条双曲线的部分， AP 是它的一条对称轴， F 是它的一个焦点，一光线从焦点 F 发出，射到镜面上点 B ，反射光线

是 BC ，若 $\angle PFB = 105^\circ$ ， $\angle FBC = 90^\circ$ ，则该双曲线的离心率等于 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $\sqrt{3}+1$

11. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax - 2b$ ，若 a, b 都是区间 $[0, 4]$ 内的数，则使得 $f(1) \geq 0$ 成立的概率是 ()

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

12. 若 $a = \ln 4$ ， $b = \frac{3}{2}$ ， $c = \sin \frac{3}{4} + \tan \frac{3}{4}$ ，则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $-2C_7^1 + 2^2 C_7^2 - 2^3 C_7^3 + 2^4 C_7^4 - 2^5 C_7^5 + 2^6 C_7^6 - 2^7 C_7^7 =$ _____.

14. 过点 $P(3, -1)$ 且与圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ 相切的直线方程为 _____.

15. 若点 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 右支上的一点，点 A 是圆 $E: x^2 + (y-5)^2 = 1$ 上的一点，点 B 是圆 $F: (x+5)^2 + y^2 = 1$ 上的一点，则 $|PA| + |PB|$ 的最小值为 _____.

16. 已知 $A\left(-1, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ ， $B\left(1, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ ， $P(x_0, y_0)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上不同的三点，直线 $l: x = 3$ ，直线 PA 交 l 于点 M ，直线 PB 交 l 于点 N ，记 $\triangle PAB$ ， $\triangle PMN$ 的面积分别为 S_1 ， S_2 ，若 $S_1 = S_2$ ，则 $x_0 =$ _____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $2\sqrt{3}ac \sin B = (b+c+a)(b+c-a)$.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $\sin C = 4 \sin B$ ， $a = \sqrt{13}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. “双十一”即指每年的 11 月 11 日，是指由电子商务为代表的，在全中国范围内兴起的大型购物促销狂欢日. 自从 2009 年国庆节和中秋节一起双节同过开始，每年的 11 月 11 号，以天猫、京东、苏宁易购为代表

的大型电子商务网站一般会利用这一天来进行一些大规模的打折促销活动，以提高销售额度，逐渐成为中国互联网最大规模商业促销狂欢活动。某电商为了解消费者的下一部手机是否会选购某一品牌手机，随机抽取了 400 位客户进行调查，得到如下数据：准备购买该品牌手机的男性有 160 人，准备购买该品牌手机的女性有 80 人，不准备购买该品牌手机的女性有 80 人。

(1) 完成下列 2×2 列联表，并判断是否有 99.9% 的把握认为是否准备购买该品牌手机与性别有关？

	准备购买该品牌手机	不准备购买该品牌手机	合计
男性			
女性			
合计			

(2) 从准备购买该品牌手机的客户中按性别分层抽样的方法抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 3 人给优惠券，设随机变量 X 为抽取的 3 人中女性的人数，求 X 的分布列及数学期望。

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}, \quad n = a+b+c+d.$$

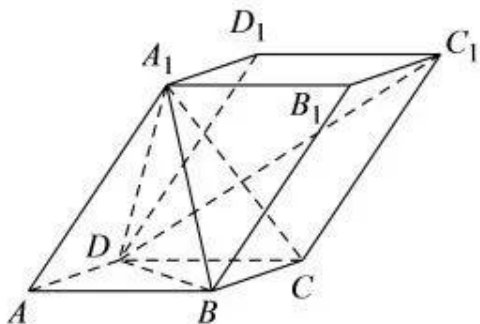
$P(K^2 \geq k_0)$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = 2a_n - 3n + 4$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 $b_n = |a_n - n|$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

20. 如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为 2 的菱形，且 $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ$ ， $A_1A = 3$ 。



(1) 求证：平面 $A_1BD \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 求直线 DC_1 与平面 A_1DC 所成角的正弦值。

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B ，其离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，点 P 是 C 上的一

点（不同于 A, B 两点），且 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $5\sqrt{3}$ 。

(1) 求 C 的方程；

(2) 若点 O 为坐标原点，直线 AP 交直线 $x=4$ 于点 G ，过点 O 且与直线 BG 垂直的直线 l 交 BP

交 y 轴于点 E ，直线 BP 交直线 l 于点 F ，试判断 $\frac{|BE|}{|BF|}$ 是否为定值？若是，则求出该定值；若不是，请说明理由。

22. 已知函数 $f(x) = e^{2x} - ax^2 (a > 0)$ 。

(1) 若 $a=1$ ，求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=0$ 处的切线方程；

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上存在极大值点 x_0 ，求证： $f(x_0) < \frac{a}{4}$ 。



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

