2024届新高考基地学校第三次大联考

数 学

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M=\{-3\ \ -2,0,2,3\}$，$N=\left\{x\left|\frac{x-2}{x+2}\geqslant 0\right.\right\}$，则 $M\cap N=$

A. $\{-3,-2,2,3\}$　　B. $\{-3,2,3\}$　　C. $\{-3,0,2,3\}$　　D. $\{-3,3\}$

2. 已知 $(1+\mathrm{i})z=-1+5\mathrm{i}$，则 $\bar{z}=$

A. $2-3\mathrm{i}$　　B. $2+3\mathrm{i}$　　C. $3-2\mathrm{i}$　　D. $3+2\mathrm{i}$

3 已知 $\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=$

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $-\frac{1}{6}$

4. 若直线 $y=ax-3$ 与曲线 $y=\ln x$ 相切，则实数 a 的值为

A. $\frac{1}{\mathrm{e}}$　　B. $\frac{1}{\mathrm{e}^2}$　　C. e　　D. e^2

5. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，且 $\overrightarrow{AB}=(1,3)$，$\overrightarrow{BC}=(6,3)$，则 $\overrightarrow{AD}=$

A. $(1,-2)$　　B. $(-1,2)$　　C. $(2,-1)$　　D. $(-2,2)$

6. 设点 $A(0,4)$，抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）上的点 P 到 y 轴的距离为 d. 若 $|PA|+d$ 的最小值为2，则 $p=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

7. 已知$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1=1$，$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_8a_9}=\frac{8}{25}$，则$a_{10}=$

A．15　　B．26　　C．28　　D．32

8. 若一个小球与一个四棱台的每个面都相切，设四棱台的上、下底面积分别为S_1，S_2，侧面积为S，则

A．$S^2=S_1S_2$　　B．$S=S_1+S_2$　　C．$\sqrt{S}=\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}$　　D．$S=2\sqrt{S_1S_2}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是菱形，P在底面上的射影E在线段BD上，则

A．$PA=PC$　　B．$PB=PD$

C．$AC\perp$平面PBD　　D．$BD\perp$平面PAC

10. 设矩形的长是宽的2倍，以该矩形的两个顶点为焦点的双曲线W经过另外两个顶点，则W的离心率的可能取值为

A．$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$2+\sqrt{5}$

11. 在生物科学和信息科学中，经常用到“S型”函数：$S(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$，其导函数为$S'(x)$，则

A．$S(x)$有极值点　　B．点$\left(0,\frac{1}{2}\right)$是曲线$y=S(x)$的对称中心

C．$S'(x)$是偶函数　　D．$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\left[S(x_0)-\frac{1}{2}\right]x_0<0$

12. 某工厂对生产的产品进行质量检测，检测包括两轮，每轮检测有A和B两种结果．第一轮是对所有生产产品进行检测，检测结果为B的产品定等级为乙；检测结果为A的产品需进行第二轮检测．在第二轮检测中，检测结果为B的产品定等级为乙；检测结果为A的产品定等级为甲．在每轮检测中，甲等品检测结果为A的概率是0.95，乙等品检测结果为A的概率是0.05．已知该厂生产的产品中甲等品的占比为90%，则

A．已知一件产品是乙等品，检测后定等级为甲的概率是0.0025

B．已知一件产品是甲等品，检测后定等级为乙的概率是0.0025

C．从检测后的产品中随机抽取一件，检测结果是甲等品的概率为0.8125

D．已知一件产品检测结果是甲等品，该产品检测前是乙等品的概率大于0.001

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若一个五位数的各个数位上的数字之和为 3，则这样的五位数共有________个．

14．已知圆 C 的半径为 5，圆心 C 在第一象限，且直线 $4x-3y=0$ 与 x 轴截圆 C 所得弦长都为 6，则圆心 C 的横坐标为________．

15．写出同时满足下列条件①②③的一个函数 $f(x)=$________．

① $f(x)$ 是二次函数；② $xf(x+1)$ 是奇函数；③ $\dfrac{f(x)}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数．

16．把函数 $y=\sin\omega x\ (\omega>0)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $f(x)$ 的图象．若 $f(x)$ 的图象关于原点对称，则 ω 的最小值为________；若曲线 $y=f(x)$ 上存在唯一一点 $A(x_0,f(x_0))$，$x_0\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，满足点 A 关于原点的对称点 B 也在曲线 $y=f(x)$ 上，则 ω 的取值范围是________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q>0$，且 $a_1a_5=6-a_3$，$a_6=16$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

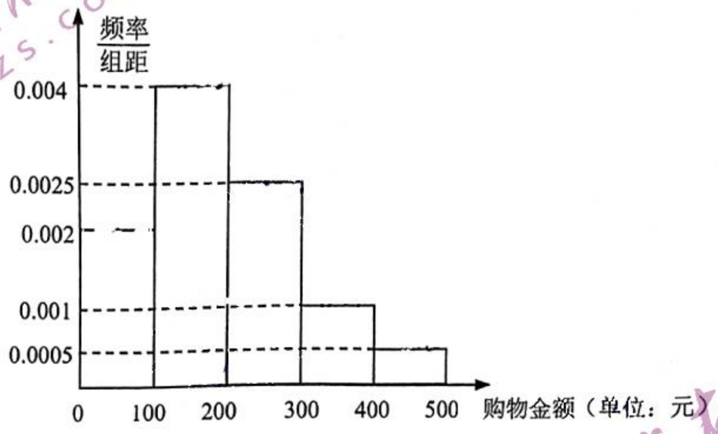
（2）设 $b_n=\begin{cases}\log_2 a_n, & n\text{为奇数}, \\ a_n+1, & n\text{为偶数},\end{cases}$ 求 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n}．

18.（12 分）

某超市准备在今年店庆日举行抽奖活动，凡购物金额超过 m 元的顾客参加一次抽奖．抽奖规则如下：从装有大小、形状完全相同的 4 个黑球 2 个红球的盒子中随机取 2 个小球，若 2 个小球都为红色，则获 100 元奖金；若 2 个小球为 1 红 1 黑，则获 30 元奖金；若 2 个小球都为黑色，则获 10 元奖金．

（1）记参加抽奖的一名顾客获得奖金为 X 元，求 X 的概率分布列和数学期望；

（2）该超市去年店庆日共有 3000 名顾客购物，统计购物金额得到如下的频率分布直方图．若今年抽奖活动总奖金预设为 12000 元，依据去年店庆日的数据，给出合理的 m 的值，并说明理由．



19.（12 分）

记△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $c=3b$，$\cos B+5\cos C=0$．

（1）求 $\cos C$；

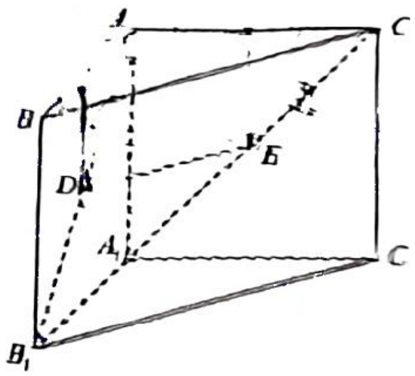
（2）若 D 是边 AB 上一点，$BC\perp CD$，且 $CD=\sqrt{21}$，求△ABC 的面积．

20．（12分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA_1=4$，两个动点分别从点 C 同时出发，均以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度分别向点 B_1，A_1 作匀速运动，如图．D，E 分别是两动点移动 t（$0<t<4$）秒后到达的位置．

（1）证明：$DE\parallel$ 平面 ABC；

（2）当三棱锥 C_1-A_1DE 的体积最大时，求直线 C_1D 与平面 A_1DE 所成角的正弦值．



21．（12分）

已知函数 $f(x)=\ln^2 x-ax$．

（1）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，求 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为3，求 a．

22.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，斜率为 2 的直线 l 与 x 轴交于点 M，l 与 C 交于 A，B 两点，D 是 A 关于 y 轴的对称点．当 M 与原点 O 重合时，$\triangle ABD$ 面积为 $\frac{16}{9}$．

（1）求 C 的方程；

（2）当 M 异于 O 点时，记直线 BD 与 y 轴交于点 N，求 $\triangle OMN$ 周长的最小值．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。