2024 年陕西省高三教学质量检测试题(一)

# 文科数学参考答案

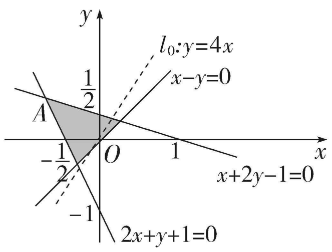
**一、选择题**:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

**1.** D($\because z-\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}=(1+\mathrm{i})^2$,$\therefore z=1+3\mathrm{i}$,$\therefore z$ 的虚部为 3.)

**2.** B($f(x)=\sqrt{\dfrac{4-x}{x}}$,则$\dfrac{4-x}{x}\geqslant 0$,$\therefore x(x-4)\leqslant 0$ 且 $x\neq 0$,可得 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 4\}$,$g(x)$的值域 $B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$,$\therefore A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$.)

**3.** C(从表中第 5 行第 6 列开始向右读取数据,前 7 个数据分别是 253,313,457,007,328,623,072.)

**4.** C(作出可行域如图阴影部分所示.




由 $z=4x-y$,得 $y=4x-z$.

作出直线 $l_0$:$y=y=4x$,并平移 $l_0$ 知,当直线 $y=4x-z$ 过点 $A$ 时,$z$ 取得最小值.

由$\begin{cases}x+2y-1=0,\\2x+y+1=0,\end{cases}$得 $A(-1,1)$,$\therefore z_{\min}=4\times(-1)-1=-5$.)

**5.** A($\overline{x}=\dfrac{100+105+90+85+80}{5}=92$,$\overline{y}=0.45\times 92+27.6=69$

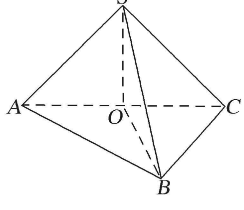
所以■$=5\,\overline{y}-(75+68+64+62)=76$.)

**6.** C(设$\{a_n\}$的公差为 $d$,由$\begin{cases}a_4+a_5=24,\\S_6=48,\end{cases}$得$\begin{cases}(a_1+3d)+(a_1+4d)=24,\\6a_1+\dfrac{6\times 5}{2}d=48,\end{cases}$

解得 $a_1=-2$,$d=4$. $a_n=4n-6$,则$\dfrac{1}{a_{n+1}\cdot a_{n+2}}=\dfrac{1}{(4n-2)\cdot(4n+2)}=\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$.

$\left\{\dfrac{1}{a_{n+1}\cdot a_{n+2}}\right\}$的前 2 024 项和为$\dfrac{1}{8}\left(1-\dfrac{1}{4\ 049}\right)=\dfrac{506}{4\ 049}$)

**7.** B(四面体的直观图如图所示.侧面 $SAC\perp$底面 $ABC$,且$\triangle SAC$与$\triangle ABC$均为腰长是$\sqrt{2}$的等腰直角三角形,$SA=SC=AB=BC=\sqrt{2}$,$AC=2$.故四面体的外接球球心即为 $AC$ 的中点 $O$,所以外接球的半径为 1,外接球的体积为 $V=\dfrac{4}{3}\pi$.)



**8.** C(圆的标准方程为$(x+1)^2+(y-1)^2=4$,所以圆心为$(-1,1)$,半径$r=2$,圆心到直线$ax-y+2=0$的距离$d=\frac{|-a-1-2|}{\sqrt{a^2+1}}=\sqrt{2}$,所以$a=-1$,故选C.)

**9.** D(因为$f(x)$的图像上相邻最高点的距离为$\pi$,所以$f(x)$的最小正周期$T=\pi$,从而$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

又$f(x)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称,所以$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,因为$-\frac{\pi}{2}\leqslant\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以$k=0$,

所以$\varphi=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}=-\frac{\pi}{6}$,所以$f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$,将$f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位后,得到

所以$g(x)=f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

当$2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,

即$k\pi+\frac{5\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{11\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$时,$g(x)$单调递减.

因此$g(x)$的单调递减区间为$\left(k\pi+\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{11\pi}{12}\right)(k\in\mathbf{Z})$.

**10.** A($\because f(x)$为奇函数,$\therefore f(-x)=-f(x)$. $\because f(1)=-1$,$\therefore f(-1)=-f(1)=1$.

故由$-1\leqslant f(x-2)\leqslant 1$,得$f(1)\leqslant f(x-2)\leqslant f(-1)$. 又$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递减,$\therefore -1\leqslant x-2\leqslant 1$,$\therefore 1\leqslant x\leqslant 3$,故选A.)

**11.** A(由已知$C:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{3m^2}=1$,则渐近线$l:y=\sqrt{3}x$,即$\angle AOF_2=60°$,又$|F_1F_2|=|AB|$,

即$|OF_2|=|OA|$,且四边形$AF_1BF_2$为矩形,所以$|AO|=|OF_2|=|AF_2|=c$,则$|AF_1|=\sqrt{3}c$,

又根据椭圆定义可知$|AF_1|+|AF_2|=\sqrt{3}c+c=2a$,所以离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$.)

**12.** B(由$mf(x)-m<e^{x-1}-x$化简可得$e^{x-1}-m(x-1)>x-m\ln x$,

即$e^{x-1}-m(x-1)>e^{\ln x}-m\ln x$,设$F(x)=e^x-mx$,则$F(x-1)>F(\ln x)$

设$g(x)=x-1-\ln x$,则$g'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$,

$g(x)$在$(0,1)$上单调递减,在$(1,+\infty)$单调递增,则$g(x)\geqslant g(1)=0$,

又$\because x\in(1,+\infty)$,$\therefore x-1>\ln x$,$\therefore F(x)=e^x-mx$在$(1,+\infty)$单调递增,

$F'(x)\geqslant 0$恒成立,即$e^x-m\geqslant 0$,$e^x\geqslant m$,$\therefore m\leqslant e$.)

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

**13.** 答案:$\sqrt{13}$

解析:$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{4\times 2^2-4\times 2\times 1\times\cos\frac{\pi}{3}+1^2}=\sqrt{13}$

**14. 答案**：$\frac{2\pi}{3}$

**解析**：在$\triangle ABC$中，由$\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{5}{3}$及正弦定理，得$3a=5b$. 又$b$、$a$、$c$成等差数列，则$b+c=2a$，所以$a=\frac{5}{3}b$，$c=\frac{7}{3}b$，所以$\cos C=\frac{a^2+b^2+c^2}{2ab}=\frac{\left(\frac{5}{3}b\right)^2+b^2-\left(\frac{7}{3}b\right)^2}{2\times\frac{5}{3}b\times b}=-\frac{1}{2}$.

因为$C\in(0,\pi)$，所以$C=\frac{2\pi}{3}$.

**15. 答案**：①③

**解析**：①若$m=4$，$f(x)=4x^3-x+1$，$f'(x)=12x^2-1$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1=1$，$f'\left(\frac{1}{2}\right)=3-1=1$，所以函数$f(x)$在$\left(\frac{1}{2},f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$处的切线方程为$y-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$，$y=2x$，①选项正确.

②$f'(x)=3mx^2-1$，$x^2=\frac{1}{3}m$，②选项错误.

③$f'(x)=3mx^2-1$，当$m\leqslant 0$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，没有极值，当$m>0$时，由$3mx^2-1=0$，解得$x_1=-\sqrt{\frac{1}{3m}}$，$x_2=\sqrt{\frac{1}{3m}}$，

所以$f(x)$在区间$(-\infty,x_1)$，$(x_2,+\infty)$上$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，

在区间$(x_1,x_2)$上$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

所以$x_1$是$f(x)$的极大值点，$x_2$是$f(x)$的极小值点，

而$3mx_1^2-1=0$，$3mx_2^2-1=0$，$mx_1^2=\frac{1}{3}$，$mx_2^2=\frac{1}{3}$，

所以$f(x_1)+f(x_2)=mx_1^3-x_1+1+mx_2^3-x_2+1=x_1(mx_1^2-1)+x_2(mx_2^2-1)+2=-\frac{2}{3}(x_1+x_2)+2=2$为定值，③选项正确.

**16. 答案**：64

**解析**：因为$F$为$y^2=4x$的焦点，所以$F(1,0)$.

由题意知直线$l_1$，$l_2$的斜率均存在，且不为0，设$l_1$的斜率为$k$，则$l_2$的斜率为$-\frac{1}{k}$，故直线$l_1$，$l_2$的方程分别为$y=k(x-1)$，$y=-\frac{1}{k}(x-1)$. 由$\begin{cases}y=k(x-1),\\ y^2=4x,\end{cases}$得$k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$. 设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}$，$x_1x_2=1$，所以$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{\left(\frac{2k^2+4}{k^2}\right)^2-4}=\frac{4(1+k^2)}{k^2}$. 同理可得$|DE|=4(1+k^2)$.

所以$|AB||DE|=\frac{4(1+k^2)}{k^2}\times 4(1k^2)=\frac{16(1+k^2)^2}{k^2}=\frac{16(k^4+2k^2+1)}{k^2}=16\left(k^2+\frac{1}{k^2}+2\right)\geqslant 64$

当且仅当$k^2=\frac{1}{k^2}$，即$k=\pm 1$时，取得等号.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22,23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:

**17.解析**:(1)因为 $S_{n+1}+S_n+a_2=3a_{n+1}$,

则当 $n\geqslant 2$ 时,$S_n+S_{n-1}+a_2=3a_n$,

两式相减可得 $a_{n+1}+a_n=3a_{n+1}-3a_n(n\geqslant 2)$, …………………………………… 3分

则 $a_{n+1}=2a_n(n\geqslant 2)$,…………………………………………………………………… 4分

且当 $n=1$ 时,$S_2+S_1+a_2=3a_2$,解得 $a_2=2a_1$,

所以$\{a_n\}$是首项为$-6$,公比为2的等比数列,

所以 $a_n=-6\times 2^{n-1}=-3\times 2^n$,即 $a_n=-3\times 2^n$; …………………………… 6分

(2)因为 $b_n-a_n=3n-2$,则 $bn=-3\times 2^n+3n-2$, …………………………………… 8分

则 $T_{35}=(b_1+b_2+\cdots+b_n)=-3\times(2^1+2^2+\cdots+2^n)+1\times n+\dfrac{n\times(n-1)}{2}\times 3$ ………… 10分

$=-3\times\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}+n+\dfrac{3}{2}(n^2-n)=6-3\times 2^{n+1}+\dfrac{3n^2-n}{2}$ ……………………… 12分

**18.解析**:(1)$x=18,y=20$ …………………………………………………………………… 2分

(2)由 $\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

得 $\chi^2=\dfrac{100\times(40\times 22-18\times 20)^2}{58\times 42\times 60\times 40}\approx 4.625>3.841$ …………………………… 5分

∴有95%以上的把握认为“生育意愿与城市级别有关”. …………………………………… 6分

(3)抽取6名育龄妇女,来自一线城市的人数为 $6\times\dfrac{20}{40+20}=2$,记为1,2

来自非一线城市的人数为 $6\times\dfrac{40}{40+20}=4$,记为 $a,b,c,d$ ………………………………… 8分

选设事件 $A$ 为“取两名参加育儿知识讲座,求至少有一名来自一线城市”,

基本事件为:$(1,2),(1,a),(1,b),(1,c),(1,d),(2,a),(2,b),(2,c),(2,d),(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)$

事件 $A(1,2),(1,a),(1,b),(1,c),(1,d),(2,a),(2,b)(2,c),(2,d)$ 共有9个 ………… 10分

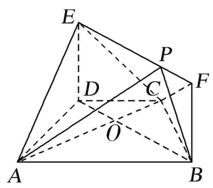
$P(A)=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$ 或 $\left(P(\overline{A})=1-\dfrac{6}{15}=\dfrac{3}{5}\right)$ ……………………………………………… 12分

**19.解析**:(1)证明:在等腰梯形 $ABCD$ 中,∵$AB/\!/CD,AD=DC=CB=1,\angle BCD=120^\circ$,∴$AB=2$,∴$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos 60^\circ=3$.∴$AB^2=AD^2+BD^2$,∴$AD\perp BD$. ………… 3分

∵$DE\perp$平面 $ABCD$,$AD\subset$平面 $ABCD$,∴$DE\perp AD$,又∵$BD\cap DE=D$,$BD$、$DE\subset$面 $BFED$,∴$AD\perp$平面 $BFED$, ………………………………………………………………… 5分

∵$BP\subset$面 $BFED$,∴$AD\perp BP$

(2)在线段 $EF$ 上存在 $P$,使得 $PB//$ 平面 $ACE$。 ………………………… 6 分




证明如下:由已知可得四边形 $BFED$ 为矩形,

$\triangle ABD$ 中,$BD=\sqrt{3}$,$AD=1$,$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$,$\angle DBA=\frac{\pi}{6}$,则 $AB=2$ …… 8 分

$\because AB//CD$,$\therefore \frac{DC}{AB}=\frac{DO}{OB}=\frac{1}{2}$,$\therefore OB=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ………………………………… 10 分

当 $EP=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时,$EP\mathrel{\underline{\parallel}}OB$,四边形 $OBPE$ 为平行四边形,则 $BP//OE$

$BP\not\subset$ 面 $AEC$,$OE\subset$ 面 $AEC$,$BP//$ 面 $AEC$. ……………………………………………… 12 分

**20. 解析**:(1)定义域为 $(0,+\infty)$,$f'(x)=\frac{x-a}{x^2}$. ……………………………………………… 2 分

①$a\leqslant 0$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数;

②$a>0$ 时,$f(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 上为增函数,在 $(0,a)$ 上为减函数. ………………………………… 5 分

(2)证明:当 $a=1$ 时,$(x+1)\left[f(x)-\frac{1}{x}+1\right]=(x+1)\cdot\ln x$

$\because x\in(1,2)$,$\therefore x+1>0$,

$\therefore$ 要证原不等式成立,即证 $\ln x>\frac{2(x-1)}{x+1}$ 对 $\forall x\in(1,2)$ 恒成立,………………………… 7 分

令 $g(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}$,$g'(x)=\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}\geqslant 0$,$\therefore g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数,………… 10 分

$\therefore$ 当 $x\in(1,2)$ 时,$g(x)>g(1)=\ln 1-\frac{2(1-1)}{(1+1)}=0$,

$\therefore \ln x>\frac{2(x-1)}{x+1}$ 对 $\forall x\in(1,2)$ 恒成立,

$\therefore (x+1)\ln x>2(x-1)$ 对 $\forall x\in(1,2)$ 恒成立. ……………………………………………… 12 分

**21. 解析**:(1)由题意得 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1\\ \frac{1}{4a^2}+\frac{15}{16b^2}=1\end{cases}$,$\therefore\begin{cases}a=2,\\ b=1,\end{cases}$ 即 $C$:$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………… 4 分

(2)由题意得直线 $l_{AP}$,$l_{AQ}$ 的斜率存在且不为 0.

$\because A(-2,0)$,设 $l_{AP}$:$x=my-2$,$l_{AQ}$:$x=-\frac{1}{m}y-2$,……………………………………… 5 分

由 $\begin{cases}x=my-2,\\ x^2+4y^2-4=0,\end{cases}$ 得 $(m^2+4)y^2-4my=0$,

$\therefore P\left(\frac{2m^2-8}{m^2+4},\frac{4m}{m^2+4}\right)$. 同理,$Q\left(\frac{2-8m^2}{4m^2+1},-\frac{4m}{4m^2+1}\right)$. ………………………………… 6 分

①$m\neq\pm 1$ 时,$k_{PQ}=\frac{5m}{4(m^2-1)}$,$l_{PQ}$:$y=\frac{5m}{4(m^2-1)}\left(x+\frac{6}{5}\right)$. 此时过定点 $\left(-\frac{6}{5},0\right)$.

②$m=\pm1$ 时，$l_{PQ}:x=-\frac{6}{5}$，过点$\left(-\frac{6}{5},0\right)$. ∴$l_{PQ}$恒过定点$\left(-\frac{6}{5},0\right)$. ………………………… 8 分

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}|y_P-y_Q|=\frac{2}{5}\left|\frac{4m}{m^2+4}+\frac{4m}{4m^2+1}\right|=8\left|\frac{m^3+m}{4m_4+17m^2+4}\right|$ …………………… 10 分

$$=\frac{8\left|m+\frac{1}{m}\right|}{4\left(m+\frac{1}{m}\right)^2+9}=\frac{8}{4\left|m+\frac{1}{m}\right|+\frac{9}{\left|m+\frac{1}{m}\right|}}.$$

令 $t=\left|m+\frac{1}{m}\right|\geqslant2$，当且仅当 $m=\pm1$ 时取等号，

∴$S_{\triangle APQ}\leqslant\frac{16}{25}$，且当 $m=\pm1$ 时取等号. ∴$(S_{\triangle APQ})_{\max}=\frac{16}{25}$. ……………………………………… 12 分

**(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.**

**22.** [选修 4—4：坐标系与参数方程]

**解析**：(1)直线 $C_1$ 的方程为 $x+\sqrt{3}y=4$，化简极坐标方程为：$\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=2$ ……………… 3 分

曲线 $C_2$：化简极坐标方程为：$\rho^2(1+3\sin^2\theta)=7$ ………………………………………………… 5 分

(2)联立$\begin{cases}\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=2\\ \theta=\frac{\pi}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\rho=2\\ \theta=\frac{\pi}{3}\end{cases}$ 即 $M\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ ………………………………………………… 7 分

联立$\begin{cases}\rho^2(1+3\sin^2\theta)=7\\ \theta=\frac{\pi}{6}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\rho=2\\ \theta=\frac{\pi}{6}\end{cases}$ 即 $N\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$ ………………………………………………… 9 分

故 $S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}|OM|\cdot|ON|\cdot\sin\angle MON=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=1$ ……………… 10 分

**23.** [选修 4—5：不等式选讲]

**解析**：(1)由题设知$|x+1|+|x-2|>5$， ………………………………………………………… 2 分

①当 $x>2$ 时，得 $x+1+x-2>5$，解得 $x>3$.

②当 $-1\leqslant x\leqslant2$ 时，得 $x+1+2-x>5$，无解.

③当 $x<-1$ 时，得 $-x-1-x+2>5$，解得 $x<-3$.

∴函数 $f(x)$的定义域为$(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$. ………………………………………… 5 分

(2)不等式 $f(x)\leqslant3$，即$|x+1|+|x-2|\leqslant m+8$，……………………………………………… 6 分

∵当 $x\in\mathbf{R}$ 时，恒有$|x+1|+|x-2|\geqslant|(x+1)-(x-2)|=3$， ……………………………… 8 分

又不等式$|x+1|+|x-2|\leqslant a+8$ 有解，∴$m+8\geqslant3$，即 $m\geqslant-5$，

∴$m$ 的取值范围为$[-5,+\infty)$. ………………………………………………………………… 10 分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。