2023-2024学年度上学期期末考试高三年级数学试卷

辽宁省实验中学　命题人：刘铭　校对人：刘铭

一．选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 A,B 均为集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集，$A\cup B=\{1,2,3\}$，$A\cap B=\{1\}$，$\complement_U B=\{3,4,5\}$，则 $A=$

A. $\{1\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2. $z=(1+2\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$，则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 等于

A. $3+4\mathrm{i}$　　B. $3-4\mathrm{i}$　　C. $4+3\mathrm{i}$　　D. $4-3\mathrm{i}$

3. 若 $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos\alpha-\cos\beta=\dfrac{1}{2}$，则

A. $\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{5}{8}$　　B. $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{5}{8}$

C. $\cos(\alpha-\beta)=-\dfrac{5}{8}$　　D. $\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{5}{8}$

4. $(x-3)(x+2)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为

A. -40　　B. 40　　C. 120　　D. 200

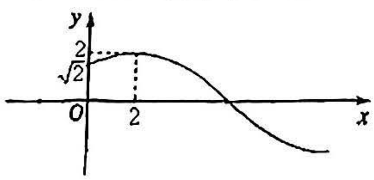
5. 设 $a>0$，$b>0$，$2a+b=1$，则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为

A. $2\sqrt{2}$　　B. $1+2\sqrt{2}$　　C. $2+2\sqrt{2}$　　D. $3+2\sqrt{2}$

6. 函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$（$x\in\mathbf{R}$，$\omega>0$，$0\le\varphi<2\pi$）的部分图象如图，则

A. $\omega=\dfrac{\pi}{8}$，$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$　　B. $\omega=\dfrac{\pi}{4}$，$\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$

C. $\omega=\dfrac{\pi}{8}$，$\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$　　D. $\omega=\dfrac{\pi}{4}$，$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$



7. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+a}$，设甲：$a=1$；乙：$f(x)$ 是奇函数. 则

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. 圆锥曲线的发现与研究起源于古希腊，阿波罗尼奥斯（前262-前190）的《圆锥曲线论》全书8篇，共487个命题. 16世纪天文学和物理学揭示了圆锥曲线是自然界物体运动的普遍性形式. 17、18世纪随着射影几何学和解析几何学的创立

1
官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

发展，18 世纪 40 年代瑞士数学家欧拉给出了现代形式下圆锥曲线的系统阐述．现有圆锥PO'顶点为P， 底面圆心为O'，母线与底面直径的长度相同．点A在侧面上，点B在底面圆周上，MN为底面直径，二面角$A-MN-B$为30°．已知平面AMN与圆锥PO'侧面的交线是某椭圆的一部分，则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

二．选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. X是随机变量，

A. 若$X\sim B(n,p)$，则$E(X)=np$，$D(X)=np(1-p)$

B. 若$X\sim H(N,n,M)$，则$E(X)=\frac{nM}{N}$

C. 若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$

D. 若$X\sim N(\sqrt{2},9)$，则$0<P(X\geq 0)<0.5$

10. 已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 1，则

A. 直线B_1C与D_1A所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. 直线B_1C与平面D_1AC所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. 点B_1到直线D_1A的距离为$\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. 点B_1到平面D_1AC的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 已知点A,B在双曲线C：$x^2-y^2=1$上，点$M(x_0,y_0)$是线段AB的中点，则

A. 当${x_0}^2-{y_0}^2>1$时，点A,B在双曲线的同一支上

B. 当${x_0}^2-{y_0}^2<0$时，点A,B分别在双曲线的两支上

C. 存在点A,B，使得${x_0}^2-{y_0}^2=0$成立

D. 存在点A,B，使得$0<{x_0}^2-{y_0}^2<1$成立

12. 已知函数$f(x)=ax^2-x+\sin x$，则

A. 当$a>0$时，$f(0)$是$f(x)$的极小值

B. 当$a=\frac{1}{\pi}$时，$f(\frac{\pi}{2})$是$f(x)$的极大值

C. 当$a<1-\sin 1$时，$ax^2-x+\sin x<0$（$x\in(0,1)$）

D. 当$a>1-\sin 1$时，$ax^2-x+\sin x>0$（$x\in(0,1)$）

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，则$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$____________.

14. 已知数列$\{a_n\}$是首项为25，公差为-2的等差数列，则数列$\{|a_n|\}$的前30项的和为____________.

15. 在正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=2$，$A_1B_1=1$，$AA_1=1$，则该棱台的体积为____________.

16. 点A在圆$(x-3)^2+y^2=2$上，点B在抛物线$y^2=4x$上，则线段AB长度的最小值为____________.

四．解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10分)

$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.

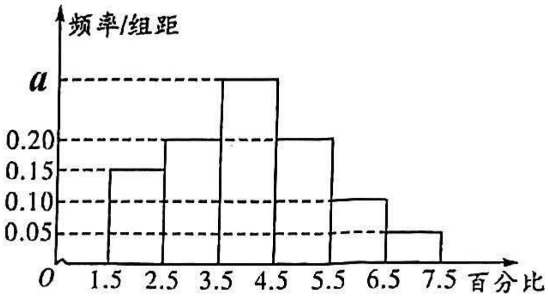
已知$(\sin B+\sin C)^2=\sin^2 A+\sin B\sin C$.

（1）求A；

（2）若$\sqrt{3}a-2b=c$，求B.

18. (12分)

为了解某药物在小鼠体内的残留程度，进行如下试验：随机抽取 100 只小鼠，给服该种药物，每只小鼠给服的药物浓度相同、体积相同. 经过一段时间后用某种科学方法测算出残留在小鼠体内药物的百分比. 根据试验数据得到如下直方图：



残留百分比直方图

（1）求残留百分比直方图中a的值;

（2）估计该药物在小鼠体内残留百分比的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）;

（3）在体内药物残留百分比位于区间$[5.5,7.5]$的小鼠中任取3只，设其中体内药物残留百分比位于区间$[6.5,7.5]$的小鼠为X只，求X的分布列和期望.

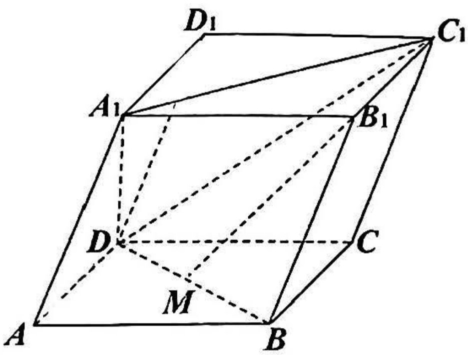
3
官方微信公众号：zizzsw
咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com
微信客服：zizzs2018

19.（12 分）

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=AA_1=1$，$\angle DAB=90°$，$\cos<\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{AB}>=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos<\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{AD}>=\dfrac{1}{2}$，点 M 为 BD 中点.

（1）证明：B_1M // 平面 A_1C_1D；

（2）求二面角 $B-AA_1-D$ 的正弦值.



20.（12 分）

记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n. 已知 $S_n=\dfrac{2^{n+1}}{n+2}-1$，$b_n=\dfrac{1}{a_n}$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求证：$T_n\le\dfrac{13}{2}-(n+6)\cdot\dfrac{1}{2^n}$.

21.（12 分）

在平面直角坐标系中，已知点 $F_1(-2,0)$，$F_2(2,0)$，点 P 满足 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{6}$. 记 P 的轨迹为 C.

（1）求 C 的方程；

（2）已知点 $A(\sqrt{3},1)$，设点 M,N 在 C 上，且直线 MN 不与 x 轴垂直，记 k_1,k_2 分别为直线 AM，AN 的斜率.

（i）对于给定的数值 λ（$\lambda\in\mathbf{R}$ 且 $\lambda\ne\dfrac{1}{3}$），若 $k_1k_2=\lambda$，证明：直线 MN 经过定点；

（ii）记（i）中的定点为 Q，求点 Q 的轨迹方程.

22.（12 分）

（1）已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\{x\in\mathbf{R}\,|\,x>0\}$，设 $y=g(x)$ 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_1,f(x_1))$ 处的切线的方程. 证明：当 $f'(x)$ 是增函数时，$f(x)\ge g(x)$.

（2）已知 $e^x\ge\ln x+c$（$x>0$），设 c 的最大值为 c_0，证明：$2.30<c_0<2.35$.

（参考数据：$1.648<\sqrt{e}<1.649$，$20.0<e^3<20.1$，$0.693<\ln 2<0.694$）

官方微信公众号：zizzsw
官方网站：www.zizzs.com
咨询热线：010-5601 9830
微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。