绝密★启用前

2024届高三年级TOP二十名校仿真模拟一

数　学

全卷满分150分，考试时间120分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名，准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z=\mathrm{i}+\mathrm{i}^4$，则 $|z|=$

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

2. 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的焦点到顶点的距离为

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

3. 定义 $\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases}0, x=0,\\ \frac{x}{|x|}, x\neq 0,\end{cases}$ 若集合 $A=\{y\mid y=\sum\limits_{i=1}^{3}\operatorname{sgn}(x_i)\}$，则 A 中元素的个数为

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

4. $\triangle ABC$ 中，$C=\frac{\pi}{4}$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=1$，则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

5. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=a_{n+1}+2$，$a_5=18$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_{10}=$

A. 230　　B. 210　　C. 190　　D. 170

6. 某地突发洪水，当地政府组织抗洪救灾活动，现有7辆相同的车派往3个不同的地方，每个地方至少派往一辆车，则不同派法的种数为

A. 20　　B. 15　　C. 12　　D. 10

7. 已知圆锥侧面展开图是圆心角为直角，半径为2的扇形，则此圆锥内切球的半径为

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{13}}{9}$　　C. $\frac{\sqrt{15}}{9}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{10}$

8. 对于函数 $f(x)$，当 $x>0$ 时，$f(x)>f'(x)$. 锐角△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b\cos C+c\cos B>a\cos C+c\cos A$，设 $x_1=\frac{a}{b}$，$x_2=\frac{\sin A}{\sin B}$，$x_3=\frac{A}{B}$，则

A. $\frac{f(x_1)}{e^{x_1}}>\frac{f(x_2)}{e^{x_2}}>\frac{f(x_3)}{e^{x_3}}$　　B. $\frac{f(x_1)}{e^{x_1}}<\frac{f(x_2)}{e^{x_2}}<\frac{f(x_3)}{e^{x_3}}$

C. $\frac{f(x_1)}{e^{x_1}}=\frac{f(x_2)}{e^{x_2}}>\frac{f(x_3)}{e^{x_3}}$　　D. $\frac{f(x_1)}{e^{x_1}}=\frac{f(x_2)}{e^{x_2}}<\frac{f(x_3)}{e^{x_3}}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 关于 $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式，下列说法正确的是

A. 二项式系数之和为 32　　B. 最高次项系数为 32

C. 所有项系数之和为 -1　　D. x^{-1} 项的系数为 40

10. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 AB 的中点，则

A. $C_1E\perp B_1C$

B. CE∥平面 A_1C_1D

C. 平面 A_1EC 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. 四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 与四棱锥 $E-BB_1D_1D$ 的体积相等

11. 已知函数 $f(x)=3\sin x-4\sin^3 x+\sqrt{2}\cos 3x$，则

A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π　　B. $f(x)\leqslant\sqrt{3}$

C. $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{12}\right)$ 上单调递增　　D. $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内有 3 个极值点

12. 记 $f_{n+1}(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f_n(x+\Delta x)-f_n(x)}{\Delta x}$，其中 $n\in\mathbf{N}^*$，则下列说法正确的是

A. 若 $f_1(x)=e^x$，则 $f_{n+1}(x)=e^x$

B. 若 $f_1(x)=\sin x+\cos x$，则 $f_{n+1}(x)=\sin\left(x+\frac{n\pi}{2}\right)+\cos\left(x+\frac{n\pi}{2}\right)$

C. 若 $f_1(x)=\frac{1}{ax+1}$，$ax+1>0$，且 $f_{n+1}(x)>0$ 恒成立，则 $a\leqslant 0$

D. 若 $f_1(x)=\frac{1-x}{1+x}$，则 $f_{n+1}(x)=\left(-\frac{1}{1+x}\right)^n\cdot\frac{2}{1+x}\cdot n!$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

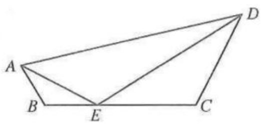
13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1-\mu)$，$\boldsymbol{b}=(2,1+\mu)$，若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则 $\mu=$________.

14. 若双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，则其离心率为________.

15. 写出一个符合下列要求的函数：________.

①$f(x)$ 为偶函数；②$f(x)<1$；③$f(x)$ 有最大值.

16. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$BC=3$，$CD=2$，$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$，则△$AED$ 面积的最大值为________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知$\triangle ABC$的边长分别为 5，7，8，边长为 8 的边上的中线长为 d.

(1)求$\triangle ABC$的最大内角的正弦值；

(2)求 d.

18.（本小题满分 12 分）

近日"脆皮大学生"话题在网上引发热议，更多的人开始关注青少年身体素质. 身体健康指数 H 与体质测试成绩 Y 有一定的相关关系，随机收集某大学 20 名学生的数据得$\sum\limits_{i=1}^{20}(H_i-\overline{H})(Y_i-\overline{Y})=38$，$\sum\limits_{i=1}^{20}H_i=80$，$\sum\limits_{i=1}^{20}Y_i=1\ 256$，$H$ 与 Y 的方差满足 $D(H)=D(Y)=2$.

(1)求 H 与 Y 的相关系数 r 的值；

(2)建立 Y 关于 H 的线性回归方程，并预测 $H=6$ 时体质测试成绩.

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(H_i-\overline{H})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(H_i-\overline{H})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}}$，

回归方程 $\hat{Y}=\hat{a}+\hat{b}H$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(H_i-\overline{H})(Y_i-\overline{Y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(H_i-\overline{H})^2}$，$\hat{a}=\overline{Y}-\hat{b}\overline{H}$.

19.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$前 n 项和分别为 A_n，B_n，C_n，且 $A_n+B_n=2C_n$.

(1)证明：$a_n+b_n=2c_n$；

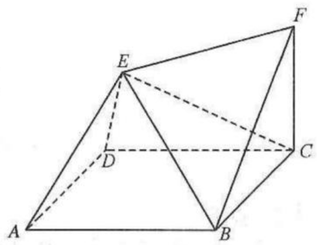
(2)若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$b_n>0$，$a_n=2n\cdot 3^{n-1}$，$c_n^2\leqslant a_nb_n$，求 C_n.

20.(本小题满分 12 分)

如图,几何体 $ABCDEF$ 中,底面 $ABCD$ 为边长为 2 的菱形,平面 $CDEF\perp$平面 $ABCD$,平面 $BCF\perp$平面 $ABCD$,$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$.

(1)证明:$CF\perp$平面 $ABCD$;

(2)若 $DE=\frac{\sqrt{13}}{2}$,平面 ADE 与平面 BCF 的夹角为$\frac{\pi}{6}$,求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积.



21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$ 的图象在 $x=4$ 处的切线方程为 $y=l(x)$.

(1)求 $l(x)$的解析式;

(2)若过点$(a,b)(a<4)$可作 $f(x)$图象的三条切线,证明:$l(a)<b<f(a)$.

22.(本小题满分 12 分)

已知复数 z 在复平面内对应的点为 Z,$|z-1|+|z+1|=4$,Z 的轨迹为 C.

(1)求 C 的方程;

(2)若 $F(1,0)$,$B(0,\sqrt{3})$,过 F 的直线交 C 于 Z_1,Z_2 两点,且 BF 平分$\angle Z_1BZ_2$,求直线 Z_1Z_2 的方程.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。