故△PAB的面积不大于$8\sqrt{3}$. ……………………………………………………12分

(二)

1. A　因为$2+\frac{2+i}{1-2i}=2+\frac{(2+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=2+i$,所以复数$2+\frac{2+i}{1-2i}$在复平面内对应的点为$(2,1)$,位于第一象限,故选A.

2. D　由$A\subseteq B$知A是B的子集,若$a=0$,则B中有重复元素0,不合题意舍去;若$\begin{cases}a^2=a\\-a-2=1\end{cases}$,则无解;若$\begin{cases}a^2=1\\-a-2=a\end{cases}$,则$a=-1$,经检验符合题意. 故选D.

3. C　因为采用分层抽样方法进行抽样调查,所以别墅区和小高层区分别抽取10户和40户居民,所以不同的抽样结果共有$C_{100}^{10}\cdot C_{400}^{40}$种,故选C.

4. B　易知函数$f(x)$的定义域为**R**,设$g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$,则$g(-x)=\frac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x}=-g(x)$,所以$g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$是奇函数,而函数$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}(x^4+mx^3+1)$是奇函数,所以函数$y=x^4+mx^3+1$是偶函数,易知$m=0$,经检验符合题意,故选B.

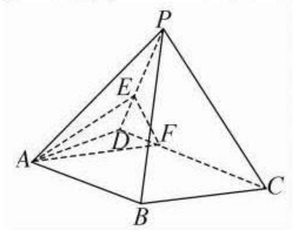
5. C　由$|AB|=|BF_1|=4|BF_2|=\frac{8a}{5}$,结合椭圆定义得$|AF_2|=\frac{6a}{5}$,$|BF_2|=\frac{2a}{5}$,$|AF_1|=\frac{4a}{5}$,因为$\cos\angle AF_2F_1=-\cos\angle BF_2F_1$,所以$\frac{4+\frac{36a^2}{25}-\frac{16a^2}{25}}{2\times2\times\frac{6a}{5}}=-\frac{4+\frac{4a^2}{25}-\frac{64a^2}{25}}{2\times2\times\frac{2a}{5}}$,解得$a=\frac{\sqrt{10}}{2}$,故选C.

6. C　求导可得$f'(x)=\frac{a}{x}-e^x$,由题意可知$f'(x)=\frac{a}{x}-e^x\leqslant0$在区间$(2,4)$上恒成立,所以$a\leqslant xe^x$在区间$(2,4)$上恒成立,令$g(x)=xe^x$,易知$g(x)=xe^x$在区间$(2,4)$上单调递增,所以$2e^2<g(x)<4e^4$,所以$a\leqslant2e^2$,故选C.

7. B　由$\cos\frac{\alpha}{2}=2\cos^2\frac{\alpha}{4}-1$,得$\cos^2\frac{\alpha}{4}=\frac{\cos\frac{\alpha}{2}+1}{2}=\frac{1}{2}\times(-\frac{4\sqrt{3}+1}{9}+1)=\frac{4-2\sqrt{3}}{9}$,又$\alpha\in(\pi,2\pi)$,所以$\frac{\alpha}{4}\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$,所以$\cos\frac{\alpha}{4}=\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{9}}=\sqrt{\frac{(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}+1}{9}}=\frac{\sqrt{3}-1}{3}$.

8. A　设等比数列$\{r_n\}$的公比为$q(q\neq0,\pm1)$,由$S_6=-1$,得$(r_1+r_2+r_3)(1+q^3)=-1$,所以$r_1+r_2+r_3\neq0$,因为$S_9=3S_3$,所以$(r_1+r_2+r_3)(1+q^3+q^6)=3(r_1+r_2+r_3)$,则$1+q^3+q^6=3$,而$q\neq1$,则$q^3=-2$,$r_1+r_2+r_3=1$,故$r_{16}+r_{17}+r_{18}=(r_1+r_2+r_3)(q^3)^5=1\times(-2)^5=-32$.

9. ABD　因为$AD\perp CD$,平面$PCD\perp$平面$ABCD$,所以$AD\perp$平面PCD,故A正确;由A项知$AD\perp PD$,又$AD\perp CD$,所以二面角$P-AD-B$的平面角为$\angle PDC$,故B正确;若$PD\perp CD$,则四棱锥$P-ABCD$的体积为$\frac{1}{3}\times\frac{2+3}{2}\times2\times2=\frac{10}{3}$,故C错误;过$E$作$EF\parallel PC$交$DC$于$F$,连接$AF$,可知$EF\parallel$平面$PBC$,由$PE=\frac{2}{3}PD$,



知 $CF=\frac{2}{3}CD$,若 $CD=3$,则 $AB=CF$,而 $AB/\!/CD$,所以四边形 $ABCF$ 是平行四边形,所以 $AF/\!/BC$,又 $EF\cap AF=F$,所以平面 $AEF/\!/$平面 PBC,所以 $AE/\!/$平面 PBC,故 D 正确. 故选 ABD.

10. BCD　由题意知 $BC/\!/x$ 轴,所以 $f(x)$ 的图象的一条对称轴方程为 $x=\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}}{2}=\frac{7\pi}{12}$,$\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}=\frac{1}{4}\times\frac{2\pi}{\omega}$,所以 $\omega=2$. 由于函数 $f(x)$ 的图象过 $(\frac{\pi}{3},0)$,由 $2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z}$ 且 $0<\varphi<\frac{\pi}{2})$,得 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,所以 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$,故 A 错误;$f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=\cos 2x$ 的图象,故 B 正确;因为 $f(\frac{\pi}{12})=\sin(2\times\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{2}=1$,$f(x)$ 图象的一条对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{12}$,故 C 正确;由 $2x=k\pi+\frac{\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$,得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$,$k\in\mathbf{Z}$,故 $g(x)$ 图象的对称中心为 $(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},0)$,$k\in\mathbf{Z}$,故 D 正确. 故选 BCD.

11. ACD　$f'(x)=2ae^{2x}-be^x+c$,因为 $f(x)=ae^{2x}-be^x+cx$ 既有极大值也有极小值,所以 $f'(x)=2ae^{2x}-be^x+c=0$ 有两个不相等的实数根,设 $t=e^x(t>0)$,则等价转化为关于 t 的一元二次方程 $2at^2-bt+c=0$ 有两个不相等的正根,所以 $\begin{cases}\Delta=b^2-8ac>0\\ t_1+t_2=\frac{b}{2a}>0\\ t_1t_2=\frac{c}{2a}>0\end{cases}$,即 $b^2>8ac$,且 a、b、c 同号,故 $ab>0$,$ac>0$,$bc>0$,故选 ACD.

12. ABC　由题意可知每次抽取号码小于等于 5 的小球与抽取号码大于 5 的小球概率相等,概率均为 $\frac{1}{2}$,易知 $p_1=\frac{1}{2}$. 一共前进 2 步,包含两种情况:一是抽取号码大于 5 的小球,概率为 $\frac{1}{2}$. 二是连续两次抽取号码小于或等于 5 的小球,概率为 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$,所以由互斥事件的概率加法公式可得 $p_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$,故 A 正确;一共前进 n 步的情况有两种:一是前进了 $(n-1)$ 步后抽取号码小于或等于 5 的小球,二是前进了 $(n-2)$ 步后抽取号码大于 5 的小球,所以由互斥事件的概率加法公式可得 $p_n=\frac{1}{2}p_{n-1}+\frac{1}{2}p_{n-2}(n\geqslant 3)$,故 B 正确;由对立事件的角度考虑,得不到 n 步的情况只有一种:在前进 $(n-1)$ 步后抽取号码大于 5 的小球,所以 $1-p_n=\frac{1}{2}p_{n-1}$,即 $p_n=1-\frac{1}{2}p_{n-1}(n\geqslant 2)$,故 C 正确;由 $p_n=1-\frac{1}{2}p_{n-1}$,依据待定系数法可得 $p_n-\frac{2}{3}=-\frac{1}{2}(p_{n-1}-\frac{2}{3})$,所以 $\{p_n-\frac{2}{3}\}$ 是等比数列,首项为 $-\frac{1}{6}$,公比为 $-\frac{1}{2}$,所以 $p_n-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}\times(-\frac{1}{2})^{n-1}$,得 $p_n=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times(-\frac{1}{2})^n$,显然 $n=2$ 时,$p_2=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times(-\frac{1}{2})^2=\frac{3}{4}$ 最大,故 D 错误. 综上,选 ABC.

13. $2\sqrt{5}$　由题意可得 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(m-1,-1)$,因为 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,所以 $m-1-3=0$,解得 $m=4$,所以 $\boldsymbol{a}=(4,2)$,故 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

14. $\frac{416}{3}$　由题意可知该斛的高为 $\sqrt{(2\sqrt{17})^2-2^2}=8$,所以该斛的容积为 $\frac{1}{3}\times(2^2+6^2+\sqrt{2^2\times6^2})\times8=\frac{416}{3}$.

15. $(x-2)^2+(y-8)^2=64$　由题意,可设⊙C 的圆心 C 的坐标为 $(a,4a)$,其中 $a>0$,则圆心 C 到直线 $x=0$ 的距离为 a,因为直线 $x=0$ 被⊙C 所截得的弦长为 $4\sqrt{15}$,所以 $2\sqrt{(4a)^2-a^2}=4\sqrt{15}$,解得 $a=2$ 或 $a=-2$(舍去),所以⊙C 的圆心坐标为 $(2,8)$,半径为 8,故⊙C 的标准方程为 $(x-2)^2+(y-8)^2=64$.

16. $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$　直线 l 的方程为 $y-1=k(x-2)$,代入抛物线方程可得 $x^2-4kx+8k-4=0$,所以点 P 的横坐标为 $\frac{4k}{2}=2k$,代入直线 l 的方程 $y-1=k(x-2)$ 中,可得 $y=2k^2-2k+1$,故 $P(2k,2k^2-2k+1)$,因为 $PQ\perp x$ 轴,所以 $Q(2k,k^2)$,设 $R(2k,y_0)$,因为 $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QR}$,所以 $k^2-(2k^2-2k+1)=y_0-k^2$,解得 $y_0=2k-1$,所以 $R(2k,2k-1)$. 而 $|MR|\geqslant 2\sqrt{2}$,所以 $\sqrt{(2k-2)^2+(2k-2)^2}\geqslant 2\sqrt{2}$,解得 $k\leqslant 0$ 或 $k\geqslant 2$,故 k 的取值范围是 $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$.

17. 解:(1)由 $\sin B=2\sin A\sin C$,结合正弦定理可得 $b=2a\sin C$, ······························· 2 分

又 $b=3$,所以 $a\sin C=\frac{3}{2}$, ······························· 3 分

所以△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times3a\sin C=\frac{9}{4}$. ······························· 5 分

(2)当 $C=\frac{\pi}{4}$ 时，$\sin B=2\sin A\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\sin A$，即 $b=\sqrt{2}a$，…………………………………………… 7分

由余弦定理可得 $c^2=a^2+(\sqrt{2}a)^2-2a\times\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{2}}{2}$，……………………………………………………… 9分

即 $c=a$，所以 $\frac{c}{a}=1$. ……………………………………………………………………………… 10分

18. 解：(1)由题意可得 $b_1=2a_1-1, b_2=2^{a_2}, b_3=2a_3-1$，……………………………………………………… 1分

故 $T_3=b_1+b_2+b_3=2(a_1+a_3)+2^{a_2}-2=4a_2+2^{a_2}-2=10$，得 $4a_2+2^{a_2}=12$，……………………………… 2分

易知函数 $f(x)=4x+2^x$ 单调递增，$f(2)=4\times2+2^2=12$，……………………………………………… 3分

而 $a_n\in\mathbf{N}^*$，且$\{a_n\}$是递增数列，所以 $a_2=2, a_1=1$，所以$\{a_n\}$的公差为 $a_2-a_1=1$，故 $a_n=n$. ………… 5分

(2)由(1)可得 $b_n=\begin{cases}2n-1, n\text{ 为奇数},\\ 2^n, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$ …………………………………………………………… 6分

当 $n=2k(k\in\mathbf{N}^*)$时，

$T_{2k}=(1+5+9+\cdots+4k-3)+(2^2+2^4+2^6+\cdots+2^{2k})$

$=\frac{k(1+4k-3)}{2}+\frac{4(1-4^k)}{1-4}=k(2k-1)+\frac{4^{k+1}}{3}-\frac{4}{3}$，……………………………………………… 8分

当 $n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*)$时，

$T_{2k-1}=T_{2k}-a_{2k}=k(2k-1)+\frac{4^{k+1}}{3}-\frac{4}{3}-2^{2k}=k(2k-1)+\frac{4^k}{3}-\frac{4}{3}$，……………………………… 10分

所以 $T_n=\begin{cases}\frac{n^2+n}{2}+\frac{2^{n+1}-4}{3}, n\text{ 为奇数},\\ \frac{n^2-n}{2}+\frac{2^{n+2}-4}{3}, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$ ………………………………………………………… 12分

19. 解：(1)依题可知，第一个表格中第一组频率为 $0.03>1.5\%$，

要使漏诊率 $f(k)=1.5\%$，则 k 为第一组区间的中点值，即 $k=75$，…………………………………… 2分

所以 $g(k)=\frac{0.05}{2}+0.03=0.055=5.5\%$. ……………………………………………………………… 4分

(2)当 $k\in[70,80)$时，

$f(k)=\frac{k-70}{10}\times0.03, g(k)=\frac{80-k}{10}\times0.05+0.03$.

所以 $h(k)=f(k)+g(k)=\frac{k-70}{10}\times0.03+\frac{80-k}{10}\times0.05+0.03=0.22-0.002k>0.06$. ……………… 7分

当 $k\in[80,90]$时，

$f(k)=0.03+\frac{k-80}{10}\times0.06, g(k)=0.03\times\frac{90-k}{10}$，

所以 $h(k)=f(k)+g(k)=0.03+\frac{k-80}{10}\times0.06+0.03\times\frac{90-k}{10}=0.003k-0.18$，

当 $k=80$ 时，$h(k)_{\min}=h(80)=0.06$. ……………………………………………………………… 10分

故 $h(k)=\begin{cases}0.22-0.002k, 70\leqslant k<80\\ 0.003k-0.18, 80\leqslant k\leqslant90\end{cases}$，……………………………………………………… 11分

所以 $h(k)$在区间$[70,90]$上的最小值为 0.06. ………………………………………………………… 12分

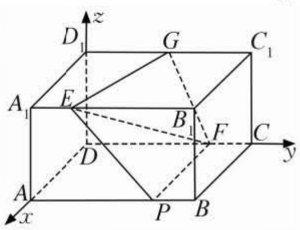
20. (1)证明：因为 $FC=PB, FC/\!/PB$，所以四边形 $FCBP$ 是平行四边形，

所以 $PF/\!/BC$，…………………………………………………………………………………………… 2分

由题意知该四棱柱是长方体，故 $BC\perp$平面 CDD_1C_1，所以 $PF\perp$平面 CDD_1C_1，

而 $GF\subset$平面 CDD_1C_1，所以 $GF\perp PF$. ……………………………………………………………… 4分

(2)解：建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$，则 $E(2,1,2), G(0,2,2), F(0,3,0), P(2,3,0)$，$\overrightarrow{EG}=(-2,1,0)$，$\overrightarrow{GF}=(0,1,-2)$，$\overrightarrow{EP}=(0,2,-2)$，$\overrightarrow{PF}=(-2,0,0)$. …………………………………… 6分



设平面 GEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$，

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{EG}\cdot\boldsymbol{n}_1=0\\ \overrightarrow{GF}\cdot\boldsymbol{n}_1=0\end{cases}$，则 $\begin{cases}-2x_1+y_1=0\\ y_1-2z_1=0\end{cases}$，令 $y_1=2$，得 $\boldsymbol{n}_1=(1,2,1)$，

…………………………………………………………………………………… 7分

设平面 EPF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$，

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{EP}\cdot\boldsymbol{n}_2=0\\ \overrightarrow{PF}\cdot\boldsymbol{n}_2=0\end{cases}$，则 $\begin{cases}2y_2-2z_2=0\\ -2x_2=0\end{cases}$，令 $z_2=1$，得 $\boldsymbol{n}_2=(0,1,1)$，……… 8分

$|\cos\langle \boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{|2+1|}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, ………… 10分

由题意知二面角 $G-EF-P$ 为钝角,所以其大小为$150°$. ………… 12分

21. (1)解:由题意可知$\begin{cases}2b=2\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\\ a^2+b^2=c^2\end{cases}$,解得$\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$, ………… 3分

故 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$. ………… 4分

(2)证明:设 $G(x_1,y_1)$,$H(x_2,y_2)$,$E(m,t)$.

由于$\overrightarrow{DG}=(x_1-1,y_1)$,$\overrightarrow{GE}=(m-x_1,t-y_1)$,且$\overrightarrow{DG}=\lambda\overrightarrow{GE}$,

所以$\begin{cases}x_1-1=m\lambda-\lambda x_1\\ y_1=\lambda t-\lambda y_1\end{cases}$,则$\begin{cases}x_1=\dfrac{m\lambda+1}{1+\lambda}\\ y_1=\dfrac{t\lambda}{1+\lambda}\end{cases}$,即 $G(\dfrac{m\lambda+1}{1+\lambda},\dfrac{t\lambda}{1+\lambda})$. ………… 6分

同理可得 $H(\dfrac{m\mu+1}{1+\mu},\dfrac{t\mu}{1+\mu})$. ………… 7分

因为点 G 在双曲线 C 上,所以$\dfrac{(\frac{m\lambda+1}{1+\lambda})^2}{4}-(\dfrac{t\lambda}{1+\lambda})^2=1$,

化简整理可得$(m^2-4t^2-4)\lambda^2+2(m-4)\lambda-3=0$, ………… 9分

同理可得$(m^2-4t^2-4)\mu^2+2(m-4)\mu-3=0$. ………… 10分

所以 λ,μ 是方程$(m^2-4t^2-4)x^2+2(m-4)x-3=0$ 的两个根,

则 $\lambda+\mu=\dfrac{2(4-m)}{m^2-4t^2-4}$,

因为 $\lambda+\mu=0$,所以$\dfrac{2(4-m)}{m^2-4t^2-4}=0$,即 $m=4$,

因此点 E 在定直线 $x=4$ 上. ………… 12分

22. (1)证明:构造函数 $g(x)=e^x-ex$,则 $g'(x)=e^x-e$.

令 $g'(x)=e^x-e=0$,得 $x=1$. ………… 1分

所以当 $x<1$ 时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减,当 $x>1$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增,

所以 $g(x)_{\min}=g(1)=e^1-e\times1=0$,即 $e^x\geq ex$. ………… 3分

(2)解:由 $f(x)=e^x-\dfrac{1}{2}mx^2$,求导可得 $f'(x)=e^x-mx$,

由函数 $f(x)=e^x-\dfrac{1}{2}mx^2(m\geq0)$存在极值点,

可知 $f'(x)=e^x-mx$ 存在零点,且在零点左右 $f'(x)=e^x-mx$ 异号. ………… 4分

①当 $m=0$ 时,$f'(x)=e^x>0$,$f'(x)$无零点,不符合题意. ………… 5分

②当 $m>0$ 时,记 $f'(x)=e^x-mx$ 的导函数为 $f''(x)$,则 $f''(x)=e^x-m$,

令 $f''(x)=e^x-m=0$,得 $x=\ln m$,

所以当 $x<\ln m$ 时,$f''(x)<0$,$f'(x)$单调递减;当 $x>\ln m$ 时,$f''(x)>0$,$f'(x)$单调递增,

所以 $f'(x)_{\min}=f'(\ln m)=e^{\ln m}-m\ln m=m(1-\ln m)$, ………… 6分

1°. 若 $0<m<e$,则 $f'(\ln m)>0$,此时 $f'(x)\geq f'(\ln m)>0$,$f'(x)$无零点,不符合题意. ………… 7分

2°. 若 $m=e$,则 $f'(\ln m)=0$,此时 $f'(x)\geq f'(\ln m)=0$,$f'(x)$有一个零点,但是在零点左右 $f'(x)=e^x-mx$ 同为正,不符合题意. ………… 8分

3°. 若 $m>e$,则 $\ln m>1$,故 $f'(\ln m)<0$,

因为 $f'(0)=1>0$,所以必存在 $x_1\in(0,\ln m)$,使得 $f'(x_1)=0$.

由(1)中不等式 $e^x\geq ex$,可得 $e^{\frac{x}{2}}\geq\dfrac{ex}{2}$,$e^x\geq\dfrac{e^2x^2}{4}>x^2$,

所以 $f'(m)=e^m-m^2>m^2-m^2=0$,

又由(1)中不等式 $e^x\geq ex$,可得 $e^x\geq ex>x$,所以 $x>\ln x$,故 $m>\ln m$,

所以必存在 $x_2\in(\ln m,m)$,使得 $f'(x_2)=0$.

所以 $f'(x)=e^x-mx$ 存在两个变号零点,即 $f(x)$存在极值点,符合题意. ………… 11分

综上,m 的取值范围是$(e,+\infty)$. ………… 12分

关于我们