s2022——2023 学年度第一学期高三期末调研考试数学试题答案

一、1—8．DBACA，CDA

二、9—12．ABC， CD， CD， BCD

三、 13．4， 14．$-\frac{1}{2}$，

15．3；0，(第一个空 2 分，第二个空 3 分） 16．5

四、17.

解：（1）在 $2S_n=3a_n-3$ 中令 $n=1$，得 $a_1=3$，……1 分

∵$2S_n=3a_n-3$，∴当 $n>1$ 时，$2S_{n-1}=3a_{n-1}-3$，

两式相减得 $2a_n=3a_n-3a_{n-1}$，∴$a_n=3a_{n-1}$， ……3 分

∴数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，以 3 为公比为的等比数列，

∴$a_n=3^n$. ……4 分

（2）∵$b_n=3n$，∴数列$\{a_n\}$中的项都在数列$\{b_n\}$中.

数列$\{a_n\}$前 5 项：3，9，27，81，243 在数列$\{b_n\}$前 105 项中．这五项和为 363……6 分

$\{b_n\}$前 105 项的为数列$\{b_n\}$前 105 项为 3，6，9，…，27，…81，…，243，…，315，它们的和为 $105\times3+105\times52\times3=16695$……8 分

所以数列$\{c_n\}$的前 100 项和为数列$\{b_n\}$前 105 项的和减去 3、9、27、81、243 的和，

得：$105\times3+105\times52\times3-363=16\,332$. ……10 分

18.

解：（1）∵$2CD\cdot\sin A=b\cdot\sin\angle ACB$，由正弦定理 ……1 分

得 $2CD\cdot a=b\cdot c$， ……2 分

∴$CD=c$；……4 分

（2）∵$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$，∴$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$， ……6 分

两边平方得，$4(\overrightarrow{CD})^2=(\overrightarrow{CA})^2+(\overrightarrow{CB})^2+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，

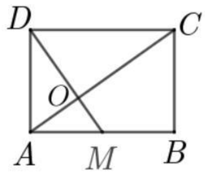
即 $4c^2=b^2+a^2+2ab\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$， ……8 分

化简得：$5c^2=2a^2+2b^2$. ……10 分

$\because b=2a$，$\therefore c^2=2a^2$· ……11 分

$\therefore \cos\angle ACB=\dfrac{a^2+4a^2-2a^2}{2a\cdot 2a}=\dfrac{3}{4}$……12 分

19.

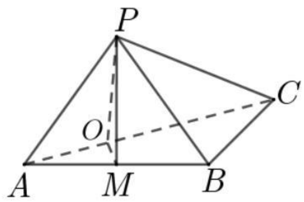


解：（1）设 AC 与 DM 相交于点 O，$\because$ 矩形 $ABCD$ 中 $AB=2$，$AD=\sqrt{2}$，M 为 AB 中点，$\therefore AD:DC=MA:AD$，$\therefore \triangle ADC\backsim\triangle MAD$，$\therefore \angle DCA=\angle ADM$，$\because \angle ACD+\angle DAC=90°$.

$\therefore \angle ADM+\angle DAC=90°$，$\therefore \angle DOA=90°$，$\therefore DM\perp AC$. ……2 分

由折叠可知 $PO\perp AC$，$OM\perp AC$，$\because PO\cap OM=O$，

$\therefore AC\perp$ 平面 POM， ……3 分



$\because PM$ 在平面 POM 内，$\therefore AC\perp PM$.

$\therefore PM$ 与 AC 所成的角为 $90°$ ……4 分

（2）由（1）知，$PO\perp AC$，$OM\perp AC$，

$\therefore P—AC—B$ 所成角为 $\angle POM=60°$ ……5 分

$PO=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$OM=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，可知 $PM=1$， ……6 分

又 $\because AM=1$，$PA=\sqrt{2}$，$\therefore PM\perp AB$，……7 分

方法一：$\because M$ 为 AB 中点，$\therefore PB=PA=\sqrt{2}$，$\therefore PA\perp PB$，……8 分

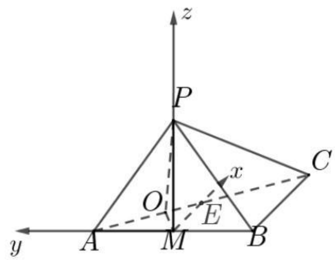
又 $\because PA\perp PC$，$\therefore PA\perp$ 平面 PBC，……10 分

$\therefore \angle ABP$ 即为 AB 与平面 PBC 所成的角，……11 分

$\because \angle ABP=45°$，$\therefore AB$ 与平面 PBC 所成的角为 $45°$． ……12 分

方法二：$PM\perp AB$,由（1）知 $AC\perp PM$. AC 与 AB 交与 A 点

$\therefore PM\perp$ 平面 ABC，……8 分



取 AC 中点 E，连接 ME，则 $ME\parallel BC$，$\therefore ME\perp AB$，

以 M 为坐标原点，分别以 ME，MA，MP 所在直线为轴，

建立如图所示的空间直角坐标系 $M—xyz$，……9 分

$\therefore A(1,0,0)$，$B(-1,0,0)$，$C(-1,\sqrt{2},0)$，$P(0,0,1)$，

$\therefore \overrightarrow{BA}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{BC}=(\sqrt{2},0,0)$，$\overrightarrow{BP}=(0,1,1)$

$\therefore$ 平面 PBC 的法向量 $\boldsymbol{m}=(0,1,-1)$，……10 分

设 AB 与平面 PBC 所成的角为 α，

则 $\sin\alpha=\dfrac{|\overrightarrow{BA}\cdot \boldsymbol{m}|}{|\overrightarrow{BA}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，……11 分

∴AB 与平面 PBC 所成的角为 45°． ……12 分

20．

解：（1）∵$3+x+21+35+33=100$，∴$x=100-(3+21+35+33)=8$，……1 分

∵$2+6+16+y+16=100\times\dfrac{3}{5}=60$，∴$y=60-(2+6+16+16)=20$，……2 分

（2）由题意可知，X 的取值可能为 0，1，2，∵这 100 位学生学时在[30，60）的大四学生为 8 人，在[40，50）的大四学生为 2 人， ……3 分

$P(X=0)=\dfrac{C_6^2}{C_8^2}=\dfrac{6\times5}{8\times7}=\dfrac{15}{28}$, $P(X=1)=\dfrac{C_6^1C_2^1}{C_8^2}=\dfrac{6\times2\times2\times1}{8\times7}=\dfrac{3}{7}$, $P(X=2)=\dfrac{C_2^2}{C_8^2}=\dfrac{2\times1}{8\times7}=\dfrac{1}{28}$,

随机变量 X 的概率分布列如表为：

X	0	1	2
P	$\dfrac{15}{28}$	$\dfrac{3}{7}$	$\dfrac{1}{28}$

……6 分

随机变量 X 的数学期望为 $0\times\dfrac{15}{28}+1\times\dfrac{3}{7}+2\times\dfrac{1}{28}=\dfrac{1}{2}$ ……7 分

（III）设两个年级共有 m 人，A={大三大四中任选一学生一学年体育课程完成学时位于区间[70，80]}，B={大三大四中任选一学生体育课程选的乒乓球}，……8 分

则由条件概率公式得 $P(B|A)=\dfrac{n(AB)}{n(A)}$ ……9 分

$=\dfrac{m\times25\%\times0.33}{m\times16\%}$ ……11 分

$=0.515\,625\approx0.515\,6$

即该生选乒乓球的概率约为 0.5156．……12 分

21．解：（1）将 $y=kx+4$ 代入 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$，得 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{(kx+4)^2}{8}=1$，

整理得$(2k^2+1)x^2+16kx+16=0$……①．……1 分

因为M是椭圆与直线l的唯一公共点，

所以$(16k)^2-4\times16\times(2k^2+1)=0$，得$2k^2=1$，……2 分

$\therefore k=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$或$k=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．将$k=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$代入方程①解得$x=-2\sqrt{2}$，代入$y=kx+4$得$y=2$；

将$k=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$代入方程①得$x=2\sqrt{2}$，代入$y=kx+4$得$y=2$．

$\therefore$点M为$(-2\sqrt{2}，2)$或$(2\sqrt{2}，2)$．　　……4 分

（2）（i）将$y=kx+m$代入$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$，得$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{(kx+m)^2}{8}=1$，

整理得$(2k^2+1)x^2+4kmx+2(m^2-8)=0$……②．

因为M是椭圆与直线l的唯一公共点，

所以$(4km)^2-4\times2(2k^2+1)(m^2-8)=0$，即$m^2=16k^2+8$……③．……5 分

方程②的解为$x=-\dfrac{2km}{2k^2+1}$，将③式代入$x=-\dfrac{2km}{2k^2+1}$，得$x=-\dfrac{16k}{m}$，

将$x=-\dfrac{16k}{m}$代入$y=kx+m$，得$y=\dfrac{m^2-16k^2}{m}=\dfrac{8}{m}$，

所以点M的坐标为$(-\dfrac{16k}{m}，\dfrac{8}{m})$，……7 分

因为$k\neq0$，所以过点M且与l垂直的直线为$y-\dfrac{8}{m}=-\dfrac{1}{k}(x+\dfrac{16k}{m})$．

可得$A(-\dfrac{8k}{m}，0)$，$B(0，-\dfrac{8}{m})$，$P(-\dfrac{8k}{m}，-\dfrac{8}{m})$，即$x=-\dfrac{8k}{m}$，$y=-\dfrac{8}{m}$．

由$x=-\dfrac{8k}{m}$，$y=-\dfrac{8}{m}$，得$k=\dfrac{x}{y}$，$m=-\dfrac{8}{y}$，……8 分

将$k=\dfrac{x}{y}$，$m=-\dfrac{8}{y}$，代入$m^2=16k^2+8$得$(-\dfrac{8}{y})^2=16(\dfrac{x}{y})^2+8$，所以$16x^2+8y^2=64$，

整理得$\dfrac{y^2}{8}+\dfrac{x^2}{4}=1$（$xy\neq0$）．轨迹是焦点在$y$轴，长轴长为$4\sqrt{2}$，短轴长为4的椭圆（去掉四个顶点）．……10 分

（ii）$\therefore$如果将此题推广到一般椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），直线$y=kx+m$

（$k\neq0$），其他条件不变，可得点 $P(x,y)$的轨迹方程是$\frac{x^2}{\frac{c^4}{a^2}}+\frac{y^2}{\frac{c^4}{b^2}}=1$（$xy\neq0$），轨迹是焦点在 y 轴上，长轴长为$\frac{2c^2}{b}$，短轴长为$\frac{2c^2}{a}$的椭圆（去掉四个顶点）．……12 分

22.解：（1）$f'(x)=xe^x-a$（$x>-1$），……1 分

$\because x_0$ 是 $y=f(x)$的一个极值点且 $f(x_0)=-1$

$\therefore f'(x_0)=0$ 且 $f(x_0)=-1$，即 $x_0e^{x_0}-a=0$……① ……2 分

且$(x_0-1)e^{x_0}-ax_0=-1$……② ……3 分

联立①②消去 a 得：$(x_0^2-x_0+1)e^{x_0}=1$，令 $F(x)=(x^2-x+1)e^x$，

则 $F'(x)=(2x-1)e^x+(x^2-x+1)e^x=x(x+1)e^x$，令 $F'(x)=0$ 得 $x=0$ 或 $x=-1$（舍）

当 $x\in(-1,0)$时，$F'(x)<0$，$y=F(x)$单调递减；当 $x\in(0,+\infty)$时，$F'(x)>0$，$y=F(x)$单调递增．$\because F(0)=1$，$\therefore(x_0^2-x_0+1)e^{x_0}=1$ 有唯一解，$\therefore x_0=0$，……5 分

把 $x_0=0$ 代入①得 $a=0$，

$\therefore$当 $x_0=0$，$a=0$ 时，$f(x)=(x-1)e^x$满足题意．……6 分

（2）$h(x)=e^x(xe^x-a+a)=xe^{2x}$

$\because g(x_1)=h(x_2)$，$\therefore x_1^2\ln x_1=x_2e^{2x_2}$，……7 分

设 $t_1=\ln x_1$，则 $t_1e^{2t_1}=x_2e^{2x_2}$，$\because x_1>1$，$\therefore t_1>0$，令 $F(x)=xe^{2x}$，

则 $F'(x)=(2x+1)e^{2x}$，当 $x>0$ 时，$F'(x)>0$，$y=F(x)$单调递增

$\therefore F(t_1)=F(x_2)$，$\therefore x_2=t_1=\ln x_1$，……9 分

设 $H(x_1)=x_1-2x_2=x_1-2\ln x_1$（$x_1>1$）$\therefore H'(x_1)=1-\frac{2}{x_1}$，令 $H'(x_1)=0$ 得 $x_1=2$

当 $x_1\in(1,2)$时，$H'(x_1)<0$，$\therefore H(x_1)$在$(1,2)$上单调递减；

当 $x_1\in(2,+\infty)$时，$H'(x_1)>0$，$\therefore H(x_1)$在$(2,+\infty)$上单调递增，……11 分

$\because x_1=2$ 时，$H(x_1)=2-2\ln2$，$\therefore x_1-2x_2$的最小值为 $2-2\ln2$．……12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线