

2023—2024 学年海南省高考全真模拟卷（五）数学

1. 本试卷满分 150 分，测试时间 120 分钟，共 4 页。

2. 考查范围：高考全部内容。

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知 $A = \{x \mid 2, x, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

A. $\{2, 3, 4\}$ B. $[2, 4]$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{2, 4, 6\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z = |3-4i|$, z 的共轭复数为 \bar{z} , 则 $z \cdot \bar{z} = (\quad)$

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

3. 某饮料厂生产 A、B 两种型号的饮料，每小时可生产两种饮料共 1000 瓶，质检人员采用分层随机抽样的方法从这 1000 瓶中抽取了 60 瓶进行质量检测，其中抽到 A 型号饮料 15 瓶，则每小时 B 型号饮料的产量为 (\quad)

A. 600 瓶 B. 750 瓶 C. 800 瓶 D. 900 瓶

4. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2, & x \geq 0 \\ ax^3 + x^2, & x < 0 \end{cases}$ 为奇函数，则 $f(a) = (\quad)$

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

5. 已知 P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上一点，A(0, b), B 为 C 的右焦点，若 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PB}$, 则 C 的离心率为 (\quad)

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

6. 已知函数 $f(x) = \log_a(ax^2 - 4x + 1) (a > 0, a \neq 1)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是 (\quad)

A. $[2, +\infty)$ B. $[2, 3]$ C. $[3, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

7. 函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\frac{\pi}{12} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 (\quad)

A. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = (-1)^n + \cos\frac{n\pi}{3}$, 若 $a_1 = 1$, 则 $a_{2023} = (\quad)$

A. -4^{337} B. 4^{337} C. $\frac{1}{4^{337}}$ D. $-\frac{1}{4^{337}}$

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 在正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中， $AB=2, AA_1=3$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. 正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的体积为 $3\sqrt{3}$

B. 三棱锥 $B_1-A_1BC_1$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 二面角 A_1-BC-A 的大小为 60°

D. 点 A 到平面 A_1BC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知随机变量 X 的分布列为 $P(X=k) = \frac{C_6^k C_4^{4-k}}{C_{10}^4}, k=0,1,2,3,4$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. $P(X=2) = \frac{3}{7}$

B. $E(X) = \frac{12}{5}$

C. 甲每次射击命中的概率为 0.6，甲连续射击 10 次的命中次数 X 满足此分布列

D. 一批产品共有 10 件，其中 6 件正品，4 件次品，从 10 件产品中无放回地随机抽取 4 件，抽到的正品的件数 X 满足此分布列

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ， C 的准线与 x 轴交于点 M ， $|MF| = 2$ ，过点 F 的直线与 C 交于 A, B 两点，则下列说法正确的是（ ）

A. $p=1$

B. 直线 MA 和 MB 的斜率之和为 0

C. $\triangle MAB$ 内切圆圆心不可能在 x 轴上

D. 当直线 AB 的斜率为 1 时， $|AB| = 8$

12. 设 x_1, x_2 分别为函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - (a+1)x + a \ln x$ 的极大值点和极小值点，且 $x_1 < 1$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. $x=1$ 为 $f(x)$ 的极小值点 B. $a \in (0,1) \cup (1,+\infty)$

C. $f(x_2) \in \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ D. $f(x_1) \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

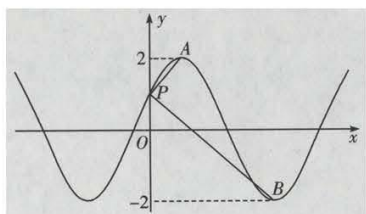
三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 写出一个圆心在 x 轴上，且与直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 相切的圆的标准方程：_____.

14. 已知 \vec{a}, \vec{b} 为平面向量， $|\vec{b}| = 2$ ，若 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量为 $\frac{\vec{b}}{2}$ ，则 $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} =$ _____.

15. 已知圆锥 SO 的侧面展开图为一个半圆，且轴截面面积为 $\sqrt{3}$ ， AB 为底面圆 O 的一条直径， C 为圆 O 上的一个动点（不与 A, B 重合），则三棱锥 $S-ABC$ 的外接球表面积为_____.

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的部分图象如图所示，点 A, B 在函数 $f(x)$ 的图象上， P 为曲线 $y = f(x)$ 与 y 轴的交点，若 $PA \perp PB$ ，则 $f(\sqrt{3}) =$ _____.



四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，面积为 S ， $2S = \sqrt{3} \vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 20，面积为 $10\sqrt{3}$ ，求 a .

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的等比数列.

(1) 若 $a_1 a_2 a_3 = 1$ ，求数列 $\{n a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(2) 若 $a_1 = 2$ ，证明： $\frac{1}{a_1+1} + \frac{1}{a_2+1} + \dots + \frac{1}{a_n+1} < \frac{5}{6}$.

19. (12 分)

红松树分布在我国东北的小兴安岭到长白山一带，耐荫性强. 在一森林公园内种有一大批红松树，为了研究生长了 4 年的红松树的生长状况，从中随机选取了 12 棵生长了 4 年的红松树，并测量了它们的树干直径 x_i

(单位: 厘米), 如下表:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	28.7	27.2	31.5	35.8	24.3	33.5	36.3	26.7	28.9	27.4	25.2	34.5

计算得: $\sum_{i=1}^{12} x_i = 360, \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 10992$.

(1) 求这 12 棵红松树的树干直径的样本均值 μ 与样本方差 s^2 .

(2) 假设生长了 4 年的红松树的树干直径近似服从正态分布. 记事件 A : 在森林公园内再从中随机选取 12 棵生长了 4 年的红松树, 其树干直径都位于区间 $[22, 38]$.

①用 (1) 中所求的样本均值与样本方差分别作为正态分布的均值与方差, 求 $P(A)$;

②护林员在做数据统计时, 得出了如下结论: 生长了 4 年的红松树的树干直径近似服从正态分布 $N(30, 8^2)$.

在这个条件下, 求 $P(A)$, 并判断护林员的结论是否正确, 说明理由.

参考公式: 若 $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则

$$P(|Y - \mu| \leq \sigma) \approx 0.6827, P(|Y - \mu| \leq 2\sigma) \approx 0.9545, P(|Y - \mu| \leq 3\sigma) \approx 0.9973.$$

参考数据: $0.6827^{12} \approx 0.01, 0.9545^{12} \approx 0.57, 0.9973^{12} \approx 0.97$.

20. (12 分)

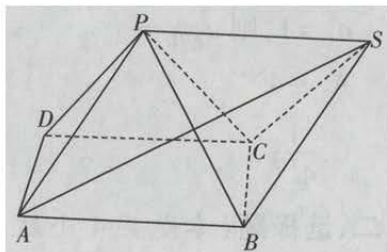
已知函数 $f(x) = (x-1)e^{x-1} - 3\ln x + ax^2 - 1, a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

(2) 证明: $f(x)$ 有唯一极值点.

21. (12 分)

如图, 多面体 $PS-ABCD$ 由正四棱锥 $P-ABCD$ 和正四面体 $S-PBC$ 组合而成.



(1) 证明: $PS \parallel$ 平面 $ABCD$;

(2) 求 AS 与平面 PAD 所成角的正弦值.

22. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下顶点分别为 A, B , 短轴长为 2, P 在 C 上 (不与 A, B 重合), 且

$$k_{PA} \cdot k_{PB} = -\frac{1}{2}.$$

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 直线 PA, PB 分别交直线 $y = 2$ 于 D, E 两点, 连接 DB 交 C 于另一点 M , 证明: 直线 ME 过定点.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

